

# INSTRUMENTOS MUSICALES

Artesanía y Ciencia

Herbert Massmann      Rodrigo Ferrer

**INSTRUMENTOS MUSICALES  
ARTESANÍA Y CIENCIA**

**DOLMEN EDICIONES**

# Tabla de Contenidos

<b>1</b>	<b>El sonido: sus propiedades</b>	<b>11</b>
1.1	Introducción . . . . .	11
1.2	Generación del sonido . . . . .	11
1.3	Propagación del sonido . . . . .	12
1.4	Velocidad del sonido . . . . .	15
1.5	Frecuencia . . . . .	16
1.6	Intensidad . . . . .	22
1.7	Dinámica en la música . . . . .	26
1.8	Dinámica y desarrollo de los instrumentos musicales . . . . .	30
<b>2</b>	<b>Propagación del sonido</b>	<b>33</b>
2.1	Reflexión y absorción . . . . .	33
2.2	Acústica de salas . . . . .	36
2.3	Atenuación del sonido . . . . .	39
2.4	Difracción . . . . .	40
2.5	Refracción del sonido . . . . .	42
2.6	Superposición . . . . .	44
<b>3</b>	<b>Armónicos, timbre y escalas musicales</b>	<b>47</b>
3.1	Modos de oscilación de una cuerda . . . . .	47
3.2	Superposición de armónicos . . . . .	50
3.3	Descomposición espectral . . . . .	51
3.4	Timbre . . . . .	52
	Descomposición espectral de un sonido . . . . .	52
	Evolución temporal de un sonido . . . . .	56
3.5	Espectros sonoros de algunos instrumentos . . . . .	57
3.6	Formantes . . . . .	61
3.7	Consonancia y disonancia . . . . .	62
	Algunas notas de la escala natural mayor . . . . .	62
	El acorde perfecto mayor . . . . .	63
	Las demás notas de la escala natural mayor . . . . .	64
3.8	Afinación temperada igual . . . . .	66
3.9	El círculo de las quintas . . . . .	68

3.10	Sonido de los armónicos . . . . .	69
<b>4</b>	<b>El piano</b>	<b>71</b>
4.1	Los precursores del piano . . . . .	71
	El salterio . . . . .	71
	El clavicordio . . . . .	72
	El clavecín . . . . .	73
4.2	Descripción del piano . . . . .	74
4.3	La acción del piano de cola moderno . . . . .	76
4.4	Tonos parciales . . . . .	77
4.5	Evolución temporal del sonido . . . . .	80
4.6	Vibraciones verticales y horizontales . . . . .	82
4.7	El movimiento de péndulos acoplados . . . . .	83
4.8	El movimiento de cuerdas acopladas en un piano . . . . .	86
4.9	Afinación de un par de cuerdas unísonas . . . . .	89
<b>5</b>	<b>Oscilaciones de una columna de aire</b>	<b>93</b>
5.1	El Boerófono . . . . .	93
5.2	Columna de aire abierta en un extremo . . . . .	96
5.3	Columna de aire abierta en ambos extremos . . . . .	98
5.4	Oscilaciones del aire en el interior de un cono . . . . .	99
<b>6</b>	<b>Los vientos de madera</b>	<b>103</b>
6.1	Características . . . . .	103
6.2	La flauta traversa . . . . .	104
	La boquilla de la flauta traversa . . . . .	106
6.3	La flauta dulce . . . . .	108
6.4	El clarinete . . . . .	110
	La boquilla del clarinete . . . . .	111
6.5	El oboe . . . . .	113
<b>7</b>	<b>Los vientos de metal</b>	<b>115</b>
7.1	Características generales . . . . .	115
7.2	La trompeta . . . . .	116
	Análisis teórico del pabellón . . . . .	117
7.3	Generación de sonido en la trompeta . . . . .	119
7.4	Tonos intermedios en los metales . . . . .	120
7.5	Otros metales . . . . .	123
	La trompa . . . . .	123
	El corno alpino . . . . .	125

<b>8 El timbal</b>	<b>127</b>
8.1 Modos normales de una membrana rectangular . . . . .	127
8.2 El timbal . . . . .	131
Modos normales de una membrana circular . . . . .	132
8.3 Modelo para la emisión del sonido en un timbal . . . . .	134
Radiación monopolar . . . . .	135
Radiación dipolar . . . . .	135
Radiación cuadripolar . . . . .	137
8.4 Frecuencias de los modos de oscilación de una membrana circular . . .	138
8.5 Otras consideraciones sobre el timbal . . . . .	141
8.6 Resonancias . . . . .	142
8.7 El xilófono . . . . .	144
Oscilaciones de una placa . . . . .	144
Resonadores . . . . .	146
<b>9 El violín</b>	<b>149</b>
9.1 Anatomía de un violín . . . . .	150
9.2 Las placas del violín . . . . .	152
Modos normales de las placas separadas . . . . .	154
9.3 Resonancias de la caja y del aire en su interior . . . . .	155
9.4 El arco . . . . .	157
9.5 Armónicos de la cuerda frotada . . . . .	161
9.6 El puente . . . . .	162
9.7 El Wolf . . . . .	163
9.8 Instrumentos homólogos . . . . .	164
9.9 Radiación sonora . . . . .	165
<b>10 El oído</b>	<b>167</b>
10.1 Anatomía y fisiología . . . . .	167
Oídos externo y medio . . . . .	167
El oído interno . . . . .	169
La membrana basilar . . . . .	171
10.2 Teoría psico-acústica de consonancia y disonancia . . . . .	174
La discriminación de frecuencias . . . . .	175
10.3 Laterización biaural . . . . .	177
10.4 Efectos no lineales . . . . .	178
<b>Apéndice</b>	<b>183</b>
Elementos de trigonometría . . . . .	183
Ondas viajeras y ondas estacionarias . . . . .	184
Pulsaciones . . . . .	186
<b>Bibliografía</b>	<b>187</b>
<b>Índice</b>	<b>189</b>

# Prólogo

La práctica del arte de la música se pierde en los albores de la historia del hombre. Podemos entonces hablar de una milenaria evolución de esta actividad que continúa siendo parte importante de nuestras vidas. A la consagración y fama de este arte ha contribuido el esfuerzo de varias generaciones de magníficos artesanos. Son ellos quienes construyen, restauran y mejoran la médula tangible de la música, conformada por los así llamados instrumentos musicales, elementos donde se origina, y desde donde fluye, el componente primigenio y prístino: el sonido. En este libro procedemos a anotar las características y el funcionamiento de tales instrumentos, para explicarnos el cómo de lo que nuestros oídos perciben con agrado; llamaremos a esto estudiar la física de los instrumentos musicales.

Este libro está dedicado a todos aquellos que, por uno u otro motivo, se encuentran relacionados con la música o con la física. Tanto al músico profesional como al físico con inquietudes musicales, que incluyen la afición a interpretar. En el libro no se emplean fórmulas matemáticas que estén fuera del alcance de un lector que no haya seguido un curso regular de matemáticas superiores, ni se usan conceptos de la teoría de la música que vayan más allá de los elementos de

ella. El nivel de complicación y la estructura que se le ha dado permite que se lo use en un ambiente escolar bajo la dirección de un profesor de física.

Cabe señalar que los autores han dictado, en repetidas ocasiones, cursos sobre la materia, al nivel mencionado, realizando en ellos la gran mayoría de los experimentos descritos en la obra.

El libro no es un tratado sobre acústica o sobre la física de los instrumentos musicales y, por consiguiente, no se encontrará en él una descripción sistemática y completa de estos temas. Lo que sí se encontrará es una explicación científica sencilla de lo que a los autores les pareció que eran los fenómenos más interesantes del mundo de la música y de los instrumentos musicales, muchos de ellos, sin duda, correspondientes a cuestiones que de seguro habrán pasado por la mente tanto de músicos profesionales como de aficionados. Así, por ejemplo, se responden preguntas como éstas: ¿cuál es la razón por la que la mayoría de los sonidos en un piano son generados por dos o tres cuerdas afinadas al unísono?; ¿por qué un buen afinador *estira* la afinación de un piano, haciendo que las notas agudas sean algo más agudas y las graves algo más graves de lo que deberían ser de acuerdo a la afinación temperada igual?; ¿cuál es el origen del timbre

de un sonido?; ¿por qué ciertos intervalos musicales producen placer (los llamamos *consonantes*), mientras que otros son calificados como *disonantes*?; al comparar el clarinete con el oboe, ¿por qué tienen una digitación tan diferente y por qué, si ambos tienen esencialmente el mismo largo, el primero es prácticamente una octava más grave que el segundo?; ¿a qué se debe el sonido musical que emite un timbal, en contraste con el emitido por un tambor?; ¿por qué se adelgazan las placas de un xilófono al centro?

Entendidas estas explicaciones estaremos en condiciones de afirmar que los sonidos musicales no son algo en que domina lo misterioso y lo desconocido, sino fenómenos cuya sólida base está construida con los conocimientos clásicos de la física.

Quisiéramos manifestar nuestro agradecimiento a los músicos y colegas Ninoslav Bralic, Edward Brown, Boris Chornik, Rolando Cori, Marcelo Loewe, Juan Fernández, Víctor Muñoz, Camilo Quezada, Luis Robles, Jorge Román, Luis Rossi, Félix Schwartzmann, Jorge Testoni y Victor Vial, quienes con sus críticas y comentarios han contribuido generosamente a este trabajo.

En la revisión de esta segunda edición hemos tenido la oportunidad de contar con la valiosa colaboración de la señora Susanna Frentzel Beyme quien, con sus amplios conocimientos de gramática española, nos ha recordado, entre otras cosas, la morfología y la sintaxis de la lengua de Cervantes.

# Capítulo 1

## El sonido: sus propiedades

### 1.1 Introducción

Se conoce como “sonido” a la sensación que, percibida por el oído, tiene su origen en el movimiento vibratorio de los cuerpos, el cual es transmitido por un medio, por ejemplo, el aire.

Se distinguen dos ámbitos en el mundo del sonido:

- a) Por una parte está la disciplina conocida con el nombre de *acústica*, que se aboca a estudiar los fenómenos que ocurren fuera de la conciencia humana. En particular, la acústica se preocupa de investigar las leyes físicas que gobiernan la generación y propagación de un sonido, al que caracteriza introduciendo conceptos como longitud de onda, frecuencia, intensidad, etc.
- b) Por otro lado está la *psicoacústica*, disciplina que se dedica a estudiar los efectos fisiológicos y psicológicos que, originados en el sonido, afectan la conciencia humana; esto es, analiza la forma en que los estímulos sonoros que llegan al oído, y son luego transmitidos en forma de impulsos eléctricos al cerebro, son interpretados por éste.

Este libro tratará esencialmente los aspectos del mundo del sonido — tanto de la acústica física como de la psicoacústica— que tienen relevancia para la música y la física de los instrumentos musicales. Comenzamos este análisis estudiando la naturaleza del sonido y la forma como se propaga, describiendo las propiedades básicas que lo caracterizan.

### 1.2 Generación del sonido

Un sonido es generado siempre en algún lugar (o región) de un cuerpo, lugar que llamaremos *fente sonora*. Mostraremos con un sencillo experimento lo que sucede en una fuente de sonido.

Consideremos una aguja fijada al extremo de un diapasón y permitamos que su punta roce delicadamente un vidrio ennegrecido con hollín de vela. Cuando el diapasón emite sonido, al desplazarlo con velocidad constante, quedará dibujado sobre el vidrio un trazo oscilatorio más o menos regular (ver figura 1.1). Observamos también que estas oscilaciones se hacen cada vez más tenues a medida que el sonido generado por el diapasón se desvanece. Lo anterior induce a relacionar la intensidad del sonido con la amplitud (extensión) de la oscilación.

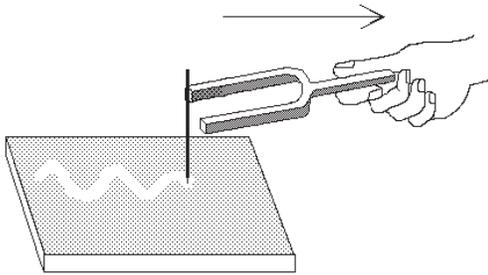


Figura 1.1: Registro de las oscilaciones de un diapasón.

El experimento anterior ilustra el siguiente hecho básico:

*Un sonido es generado por el movimiento vibratorio —más o menos regular— de una fuente sonora, estando la intensidad del sonido relacionada con la amplitud de tal movimiento.*

### 1.3 Propagación del sonido

Para indagar sobre la propagación del sonido, consideremos el siguiente montaje experimental: bajo una campana hermética de vidrio, colocamos un trozo de esponja y sobre él una campanilla eléctrica (ver figura 1.2). El objetivo de la esponja es amortiguar las vibraciones de la campanilla, evitando de esa manera la transmisión de dichas vibraciones —es decir, de sonido— directamente a través de la estructura sólida que la cobija. Si hacemos sonar la campanilla, nos daremos cuenta de que el sonido que emana de ella se escucha relativamente bien mientras no evacuemos el aire desde su interior. Si lo hacemos —con la ayuda de una bomba de vacío— notaremos que a medida que el aire se enrarece, la intensidad del sonido

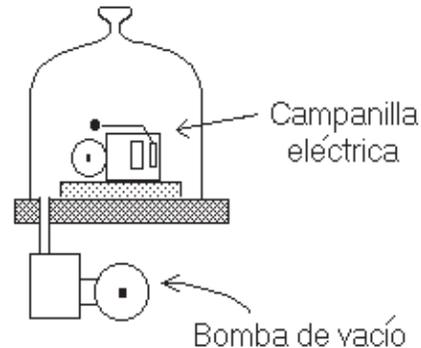


Figura 1.2: Campanilla eléctrica en campana hermética. A medida que se evacúa el aire, la intensidad del sonido disminuye.

disminuye hasta desvanecerse completamente, aunque el martillete continúa golpeando contra la campanilla. Este experimento permite concluir que:

*En el vacío no hay propagación de sonido; para su propagación, el sonido requiere de un medio.*

Consideremos ahora una fuente de sonido al aire libre. Es evidente que el movimiento de la fuente sonora introducirá perturbaciones en el medio que la rodea. Por ejemplo, las oscilaciones de una membrana de un timbal o de un parlante generan sucesivas compresiones y enrarecimientos del aire adyacente. Las variaciones de la densidad del aire asociadas a tales perturbaciones inmediatamente comenzarán a propagarse, induciendo vibraciones análogas en otras membranas alejadas de la primera. Estas perturbaciones que se propagan y esparcen, alejándose de la fuente de sonido en todas las direcciones, se denominan *ondas sonoras*<sup>1</sup>.

<sup>1</sup>El mecanismo de propagación del sonido en varios aspectos se asemeja a lo que sucede cuando se lanza una piedra sobre una superficie de agua

Es precisamente el mecanismo recién descrito el que permite oír. El tímpano de nuestro oído es esencialmente una membrana. El sonido, es decir, las perturbaciones de la densidad del aire generadas por un diapason u otra fuente sonora, al llegar al oído, pone al tímpano en movimiento. Este movimiento es transformado por el oído interno en impulsos eléctricos que son transmitidos hacia el cerebro. (En el capítulo 10 se presentará una breve descripción de la estructura y funcionamiento del oído humano.)

Podemos extender aún más la analogía entre la propagación del sonido desde una fuente sonora y la propagación en el agua de una ola superficial generada por el lanzamiento de una piedra. En el agua, la ola se desplaza formando círculos de diámetro cada vez mayor, disminuyendo su amplitud a medida que la cresta se aleja del centro; si choca contra un objeto, genera una ola reflejada. Análogamente, una onda sonora también se aleja de su fuente en todas direcciones disminuyendo paulatinamente su amplitud, perdiendo el sonido intensidad al alejarse; y si antes de desvanecerse choca contra un obstáculo, genera una onda reflejada, un eco.

La figura 1.3 muestra en forma esquemática la distribución, para varios instantes, de las moléculas del aire en una región del espacio por la que atraviesa una onda sonora. Los lugares en que el aire está comprimido (alta densidad de puntos) se alternan con regiones en las que el aire está enrarecido (baja densidad de puntos).

---

tranquila: la piedra produce una perturbación en la superficie acuática, generando una ola circular que inmediatamente comienza a alejarse del lugar del impacto.

Si en un instante observamos la densidad de aire (o sea, centramos nuestra atención en una franja en particular) notaremos que ésta varía espacialmente en forma periódica. La distancia entre dos máximos sucesivos de la densidad es lo que se denomina *longitud de onda*.

Por otra parte, si en un lugar fijo observamos las variaciones temporales de la densidad de aire (o sea, en algún lugar realizamos un corte vertical de la figura 1.3), observaremos que ésta también variará periódicamente. El tiempo que transcurre entre dos máximos sucesivos de la densidad es lo que se denomina *período* de la onda, magnitud que designaremos con la letra  $T$ . Las siete franjas de la figura 1.3 corresponden a siete instantes equiespaciados dentro de un período.

Es importante comprender que al propagarse una onda de sonido, las partículas del aire realizan sólo un pequeño movimiento oscilatorio. En la figura 1.3 se han destacado tres moléculas con un pequeño círculo. Notemos que a medida que transcurre el tiempo, las tres moléculas oscilan, volviendo después de un período a la posición original. De hecho, la última franja de la figura 1.3 (correspondiente al instante  $t = T$ ) es idéntica a la primera ( $t = 0$ ). Más aún, fijándose en la figura 1.3 con mayor detención es posible seguir las oscilaciones de todo un grupo de moléculas y observar cómo el grupo oscila como un todo y es comprimido y luego descomprimido al paso de la onda sonora. Esto es un efecto general y sucede en todos los lugares de cualquier medio que transmite sonido.

En presencia de sonido, las partículas del aire, en promedio, no se desplazan una distancia neta, aun cuando el sonido continúa alejándose a 340 m/s de la

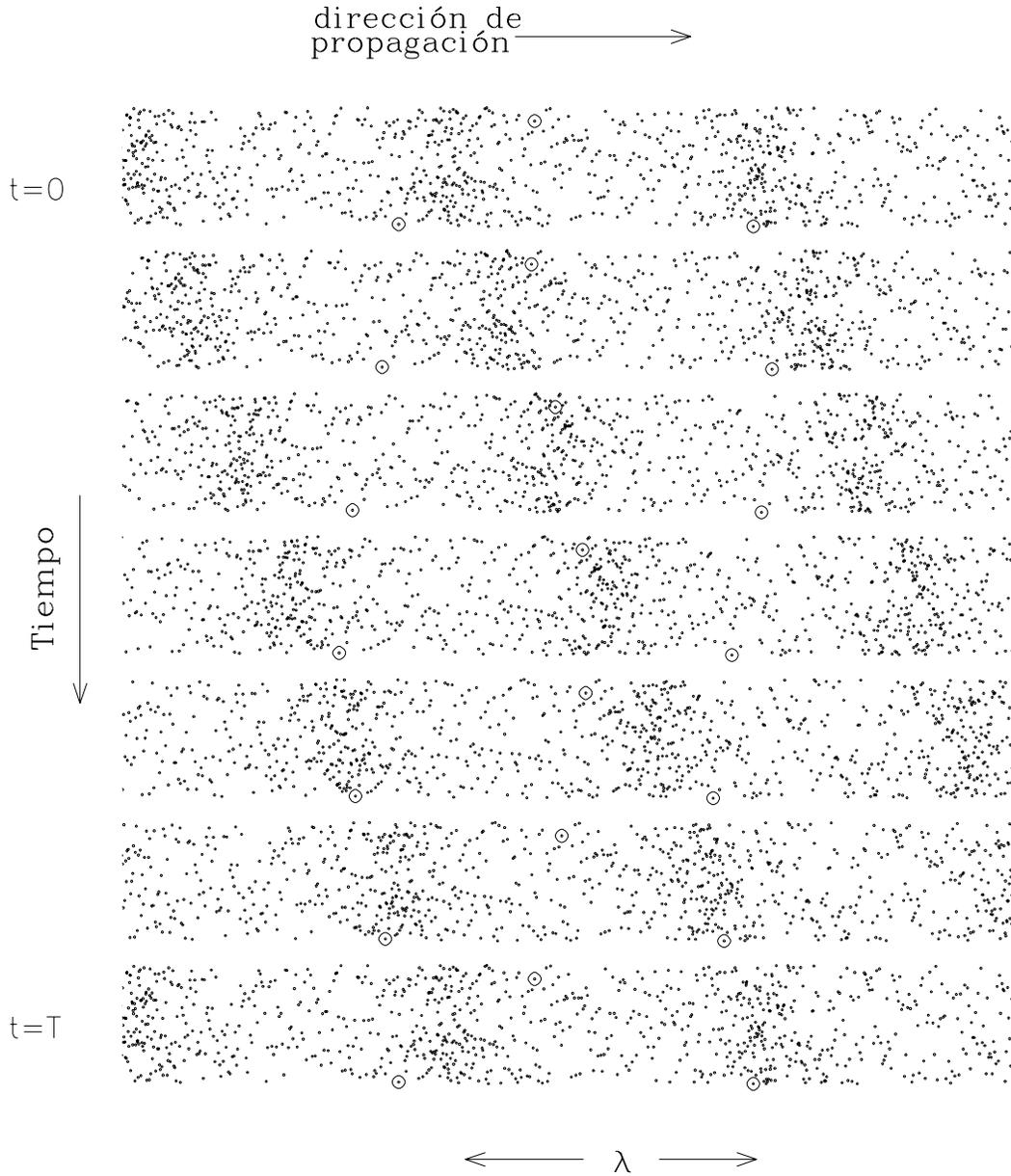


Figura 1.3: Distribución espacial de las moléculas del aire en presencia de sonido. El eje horizontal corresponde a la dirección espacial a lo largo de la cual se propaga el sonido. Las distintas franjas corresponden a instantes  $t$  distintos. El sonido se propaga desde la izquierda hacia la derecha. En el intervalo de tiempo  $[0, T]$ , los máximos de presión avanzan en, precisamente, una longitud de onda  $\lambda$ . Se han marcado tres moléculas para ilustrar como, a medida que transcurre el tiempo, éstas no se propagan, sino que sólo oscilan.

fuente sonora. Algo análogo ocurre con las olas en el agua: una gaviota que flota en el mar sólo describe un pequeño movimiento de ascenso y descenso al paso de una ola; aunque la ola se propaga, ésta no arrastra la gaviota con ella.

¿De qué tamaño son las oscilaciones de las moléculas de aire al paso de una onda sonora? Para un sonido de 100 dB (decibeles), que, como veremos, corresponde aproximadamente a la intensidad del sonido de una orquesta sinfónica tocando *fortísimo*, la amplitud de las oscilaciones es de sólo aproximadamente 0,01 mm.

Es bien sabido que el sonido se propaga no sólo a través del aire, sino también a través de todos los cuerpos sólidos y sustancias líquidas y gaseosas. De hecho, la mayoría de los sólidos y líquidos son buenos transmisores del sonido. En efecto, muchos de nosotros hemos escuchado el ruido producido por la hélice de una lancha cuando buceamos en un lago, aun cuando el motor del bote que está produciendo el ruido no se escuche fuera del agua. Otro ejemplo, consistente en colocar la oreja sobre la línea férrea, demuestra que es posible detectar el acercamiento de un tren mucho antes de escucharlo en el ambiente.

Un experimento fácil de realizar y que ilustra la buena transmisión del sonido a través de un sólido es el siguiente: Coloquemos un reloj mecánico sobre un pequeño cojín de algodón. Apoyemos luego —presionando— una varilla de madera sobre el reloj. Sobre el otro extremo de la varilla coloquemos una moneda y apoyemos sobre ella el oído (ver la figura 1.4). Escucharemos nítidamente el tic-tac del reloj, mucho mejor que directamente a través del aire.



Figura 1.4: Propagación del sonido a través de una regla de madera.

No todas las sustancias propagan el sonido con la misma facilidad; existen buenos y malos transmisores del sonido. Los gases y las sustancias porosas y sueltas, como el algodón y la lana, son malos conductores del sonido, razón por la cual se usan como aislantes acústicos. Por su parte, las sustancias poco compresibles, como el acero y el agua, son buenas conductoras del sonido.

## 1.4 Velocidad del sonido

Numerosas experiencias de la vida cotidiana enseñan que el sonido se propaga a una velocidad menor que la de la luz. Por ejemplo, el ruido producido por un avión a turbina que pasa a gran altura, pareciera no provenir del lugar donde se ve el avión, sino de uno ya superado.

Otro ejemplo se presenta durante las tempestades eléctricas. Después de caer un rayo, transcurre un lapso antes de que se escuche el trueno. De hecho, es usual medir el tiempo que transcurre entre la observación del relámpago y el trueno,

Tabla 1.1: Velocidad del sonido en m/s.

Hidrógeno ( $0^{\circ}C$ )	1.260
Aire ( $0^{\circ}C$ )	331
Aire ( $100^{\circ}C$ )	387
Anhídrido carbónico	254
Oxígeno ( $0^{\circ}C$ )	316
Vapor de agua ( $130^{\circ}C$ )	450
Agua ( $20^{\circ}C$ )	1.480
Alcohol	1.168
Glicerina	1.950
Madera	$\sim 4.500$
Hielo	3.200
Cobre ( $20^{\circ}C$ )	3.560
Aluminio	5.040
Plomo	1.200
Vidrio	hasta 5.300
Acero	$\sim 5.200$
Goma vulcanizada	$\sim 35$

para estimar la distancia a que se encuentra la tormenta.

Los ejemplos anteriores muestran claramente que el sonido se propaga en el aire con una velocidad finita. En el aire, a una temperatura de  $15^{\circ}C$ , el sonido se propaga con una velocidad  $v_0 = 340$  m/s. Hemos indicado la temperatura del aire, porque experimentalmente se encuentra que la velocidad de propagación del sonido depende ligeramente de ella —por encima de los  $0^{\circ}C$ , por cada grado que aumente la temperatura, la velocidad se acrecienta en 0.6 m/s.

La tabla 1.1 recopila la velocidad de propagación del sonido en varias sustancias. De ella inferimos que, en general, la velocidad del sonido es bastante mayor en los líquidos y sólidos que en los gases, siendo una excepción el gas de hidrógeno.

En el caso de los gases se observa que, a medida que aumenta su peso es-

pecífico, disminuye la velocidad de propagación del sonido.

No es tan sencillo encontrar una relación similar para la velocidad de propagación del sonido en los sólidos<sup>2</sup>. A grandes rasgos: a medida que la densidad del sólido aumenta, la velocidad del sonido tiende a disminuir; sin embargo, ésta no es una característica de validez universal.

En la sección anterior hemos visto que en el aire el sonido se propaga en forma de una onda de compresión y rarefacción. Lo mismo es cierto para la propagación del sonido en todos los demás medios. Al paso de un sonido, el (usualmente pequeño) desplazamiento oscilatorio de una partícula del medio coincide con la dirección de propagación de la onda. A este tipo de ondas se las conoce por el nombre de *ondas longitudinales*.

También existen, aun cuando no para el sonido, las *ondas transversales*, por ejemplo las olas en la superficie de un líquido. Se llaman transversales ya que el movimiento de las partículas del líquido —o de cualquier objeto que esté flotando— es esencialmente perpendicular a la dirección de propagación de la onda.

## 1.5 Frecuencia

En la sección 1.2 vimos que el sonido producido por un diapasón se debe a que éste vibra de manera esencialmente regular. Llamaremos *tono* al sonido producido por fuentes sonoras que oscilan de manera regular.

<sup>2</sup>Además de la densidad  $\rho$ , el otro factor que determina la velocidad del sonido es la elasticidad  $\epsilon$  del medio. Mientras más rígido el material, tanto mayor es  $\epsilon$ . Se puede demostrar que la velocidad del sonido en un medio viene dada por la relación  $v = \sqrt{\epsilon/\rho}$ .

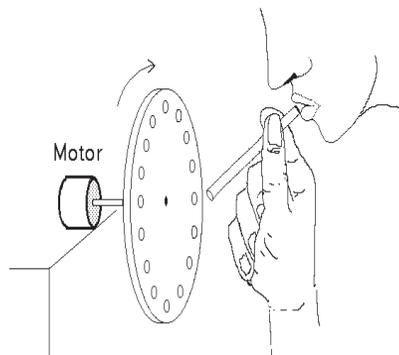


Figura 1.5: Disco en movimiento giratorio usado para generar tonos soplando con una pajita a través de las perforaciones equiespaciadas que éste posee. Al aumentar la velocidad de giro aumenta la frecuencia del tono generado.

Lo más característico de un tono es su bien definido grado de “elevación” o “altura”, fácilmente identificable. ¿Con qué propiedad de la fuente sonora está relacionada la elevación de un tono? Para poder responder a esta interrogante consideremos el montaje experimental de la figura 1.5. Este consiste en un disco con, digamos, 48 perforaciones regularmente espaciadas y equidistantes de su centro. Con la ayuda de un pequeño motor eléctrico hacemos girar el disco con velocidad uniforme de cinco vueltas por segundo. Al soplar con una pajita a través de las perforaciones, el flujo de aire será interrumpido  $48 \times 5 = 240$  veces por segundo. De esta manera se produce una perturbación regular de la densidad del aire (240 veces por segundo) y, por consiguiente, escuchamos un tono.

Al aumentar la velocidad de rotación del disco, percibimos que la elevación del tono aumenta, es decir, se torna más agudo. Lo contrario sucede al disminuir la frecuencia con que se interrumpe

el flujo de aire, en cuyo caso el tono se vuelve más grave. De esta manera, encontramos el siguiente importante resultado:

*La elevación de un tono depende de la frecuencia de la perturbación periódica introducida por la fuente sonora en el medio en que el sonido se propaga. Los tonos agudos corresponden a frecuencias mayores que los tonos graves.*

Se dice que un movimiento es *periódico* si se repite de manera regular en el tiempo. El ejemplo más típico de un movimiento periódico es el de las oscilaciones de un péndulo. El tiempo que transcurre hasta que una configuración se vuelve a repetir se llama *período* del movimiento<sup>3</sup>.

La *frecuencia* de un movimiento periódico corresponde al número de veces que el sistema repite la misma secuencia de estados por unidad de tiempo. Si, por ejemplo, una membrana oscila 262 veces por segundo, se dice que la frecuencia de oscilación es  $\nu = 262$  Hertz. Para designar la frecuencia se usa generalmente la letra griega  $\nu$  y la unidad usada para medirla es el *Hertz*, en honor al físico alemán Heinrich Hertz (1857—1894), descubridor de las ondas electromagnéticas. La unidad Hertz se abrevia Hz y corresponde a una oscilación por segundo. La frecuencia de 262 Hz corresponde a la del *Do* central del piano, ya que la cuerda

<sup>3</sup>En el caso del disco perforado, si la pajita se encuentra frente a una perforación, el período  $T$  sería el tiempo que transcurre hasta que la siguiente perforación está frente a la pajita, repitiéndose la configuración.

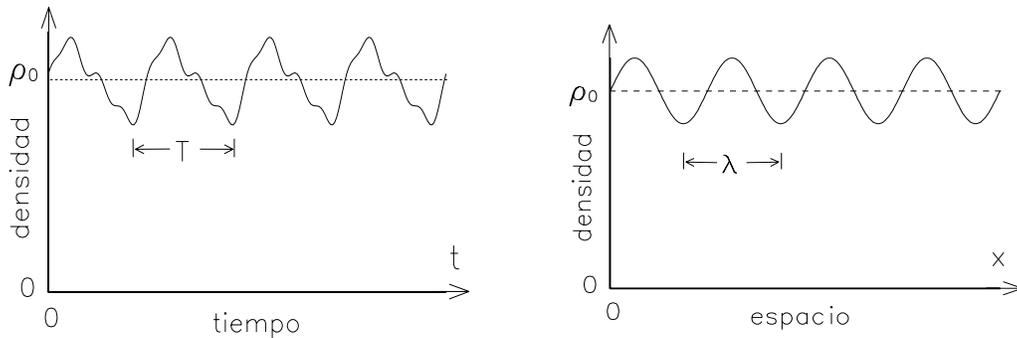


Figura 1.6: Representación esquemática de la densidad del aire (en un lugar fijo) en función del tiempo para un tono de una frecuencia  $\nu = 1/T$  bien definida, siendo  $T$  el período.

correspondiente oscila 262 veces por segundo al ser golpeada por el macillo.

La frecuencia  $\nu$  y el período  $T$  de un fenómeno periódico están estrechamente relacionados de manera obvia. Resulta fácil convencerse de que uno es el recíproco del otro, es decir,

$$T = \frac{1}{\nu} . \quad (1.1)$$

Por ejemplo, si la frecuencia es  $\nu = 8 \text{ s}^{-1}$ , entonces la configuración se repite 8 veces cada segundo, o sea, se repite cada  $1/8$  de segundo, siendo, por consiguiente,  $T = 1/8 \text{ s}$ .

Será de gran utilidad para nuestros propósitos poder representar gráficamente una onda sonora. Una manera de hacerlo consiste en medir, en un lugar fijo, y a medida que transcurre el tiempo, las fluctuaciones de la densidad del aire inducidas por un sonido. Por ejemplo, si en el lugar en que se realiza la medición se escucha un tono de una frecuencia  $\nu$  bien definida, se encontrará que la densidad del aire variará periódicamente alrededor

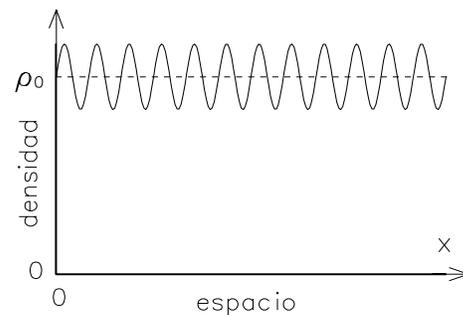
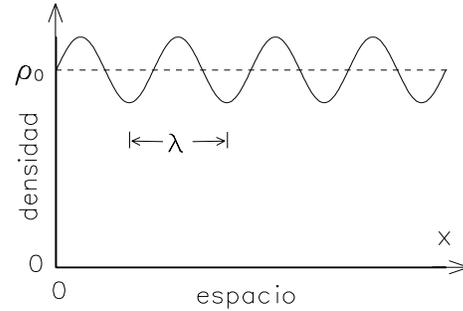


Figura 1.7: Representación esquemática de dos sonidos con frecuencias distintas; el sonido de mayor frecuencia se muestra en la parte inferior.

del valor de equilibrio  $\rho_0$ . Son estas reiterativas fluctuaciones las que se muestran esquemáticamente en la figura 1.6.

Una representación gráfica distinta de una onda sonora se obtiene si las mediciones de la densidad se realizan en un único instante, pero en lugares distintos (a lo largo de la dirección de propagación). En ese caso, un sonido de frecuencia bien definida también corresponderá a fluctuaciones regulares de la densidad, fluctuaciones que se repiten después de una distancia  $\lambda$  (la *longitud de onda*). La figura 1.7 muestra esta representación para dos tonos de frecuencias distintas. A medida que la frecuencia del sonido aumenta, la longitud de onda disminuye.

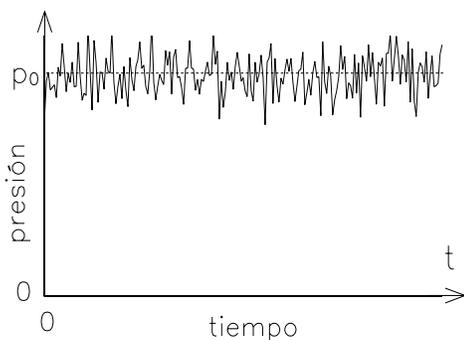


Figura 1.8: Variaciones de la presión atmosférica generadas por un ruido.

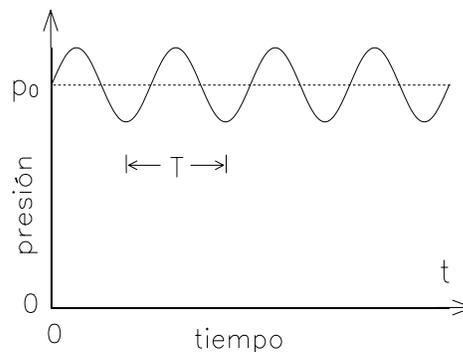


Figura 1.9: Gráfico presión–tiempo para un tono puro o simple.

Para estudiar experimentalmente los sonidos y obtener un registro de ellos se usa generalmente un micrófono, que es un instrumento que transforma las variaciones de presión (que son proporcionales a las variaciones de la densidad) en variaciones de una corriente eléctrica. Al amplificarlas, estas corrientes pueden ser desplegadas en un osciloscopio o ser escuchadas con un parlante.

¿Cómo varía la presión del aire en función del tiempo, para distintos tipos de sonidos? En la figura 1.6 se mostró en forma esquemática cómo varía la densidad del aire (el gráfico para la presión es idéntico), a medida que transcurre el tiempo, para un tono de frecuencia bien definida. (Lo que se observa en estas figuras es esencialmente lo que se vería en la pantalla de un osciloscopio.) Como ya hemos señalado, un sonido corresponde a un tono cuando la presión varía en forma regular y periódica (es el caso, por ejemplo, del sonido producido por una flauta).

Por otra parte, un ruido —por ejemplo, el ruido producido al llenar una bañera— genera fluctuaciones de la presión, que varían, en este caso, irregularmente (ver figura 1.8).

Llamaremos *tono puro* o *tono simple* a un sonido para el cual el gráfico de presión en función del tiempo viene dado por una función sinusoidal (véase el Apéndice); esto significa que si la presión  $p$  varía, a medida que transcurre el tiempo, de acuerdo a la expresión

$$p(t) = p_0 + A \cos(2\pi\nu t).$$

La constante  $\nu$  es la frecuencia del sonido<sup>4</sup>,  $p_0$  representa la presión del aire cuando no hay sonido y  $A$  corresponde a la amplitud de las variaciones periódicas de la presión generadas por el sonido. La figura 1.9 muestra un gráfico presión–tiempo para un tono puro.

Como veremos, las funciones trigonométricas desempeñan un importante papel en todos los fenómenos ondulatorios. También en este libro recurriremos a ellas en algunas ocasiones (en un apéndice hemos resumido sus propiedades más importantes).

Cuando el tono no es simple y es, por ejemplo, como el mostrado en la fi-

<sup>4</sup>Cuando  $t = T$ , entonces el argumento de la función coseno vale  $2\pi$  (radianes). Tal valor del argumento corresponde a un ángulo de  $360^\circ$ .

gura 1.6, entonces se habla de *tono compuesto*.

Es claro que la longitud de onda de un sonido es igual al producto de la velocidad con que se propaga por su período, o sea, es la distancia que alcanza a recorrer un máximo de densidad en un período:

$$\lambda = v_0 T = v_0 \frac{1}{\nu} . \quad (1.2)$$

Como ilustración, usemos esta ecuación para evaluar la longitud de onda (en el aire, a 20°C) del *Do* central del piano y del *La* concertino. Se obtienen los valores  $\lambda = 340/262\text{m} = 1,30\text{m}$  y  $\lambda = 340/440\text{m} = 77\text{cm}$ , respectivamente. Observemos, sin embargo, que la longitud de onda de un sonido de frecuencia dada depende del medio por el cual se propaga. Un sonido con la frecuencia del *Do* central del piano, en el agua tendrá una longitud de onda  $\lambda = 1.480/262\text{m} = 5,64\text{m}$ .

Como se ha mencionado anteriormente, la elevación de un tono que escuchamos depende de la frecuencia con que vibra la fuente sonora. El oído humano es capaz de percibir tonos cuyas frecuencias varían entre 16 Hz y aproximadamente 20.000 Hz —o sea, 20 kHz (Kilohertz). Con la edad, la posibilidad de escuchar frecuencias altas disminuye de manera significativa, siendo normalmente el límite superior para ancianos de sólo unos 5.000 Hz en los hombres y 12.000 Hz en las mujeres.

Sonidos de frecuencias menores a 16 Hz se perciben como pulsaciones separadas, y no como un tono. A su vez, ondas sonoras con frecuencias mayores que 20 kHz no producen sensaciones auditivas en los seres humanos; a tales sonidos nos referimos como sonidos *ultrasónicos* o ultrasonidos. Ciertos animales pueden

percibir frecuencias bastante mayores que las percibidas por los humanos; en perros, el límite superior se extiende hasta aproximadamente 40 kHz. Los murciélagos, que es bien sabido se orientan por medio del ultrasonido, pueden generar y escuchar frecuencias de hasta 70 kHz. Algunas polillas pueden incluso percibir sonidos de hasta 175 kHz.

La figura 1.10 muestra la *tesitura* de los tonos producidos por la voz humana y varios instrumentos musicales. La misma figura también muestra el teclado completo de un piano moderno, indicando el nombre que se da a las distintas notas. Hay varias nomenclaturas usuales para las notas; mencionaremos aquí sólo dos. En los países de habla latina las notas se llaman *Do, Re, Mi, Fa, Sol, La, Si*, mientras que en los Estados Unidos de Norte América y en la literatura científica se las designa con las letras mayúsculas *A, B, C, D, E, F* y *G*. La nota *A* corresponde al *La*. También suele seguir a las letras *A, B, C, ...* un dígito que indica la octava respectiva, correspondiéndole al *Do* central el símbolo *C4*. La nota *A4* se llama *La concertino*; es la nota que el concertino de una orquesta hace sonar con su violín para que los demás ejecutantes afinen sus instrumentos. Los músicos y los fabricantes de instrumentos acordaron, en una conferencia internacional realizada en Londres en 1939, fijar la frecuencia del *La* concertino en  $\nu = 440$  Hz.

¿Cuál es la sensibilidad del oído humano para distinguir entre dos sonidos de frecuencias distintas? Empíricamente se encuentra que esta sensibilidad de discriminación depende de la frecuencia del sonido. Para frecuencias de entre 500–4.000 Hz, y en condiciones bien controladas, el oído humano es capaz de distinguir

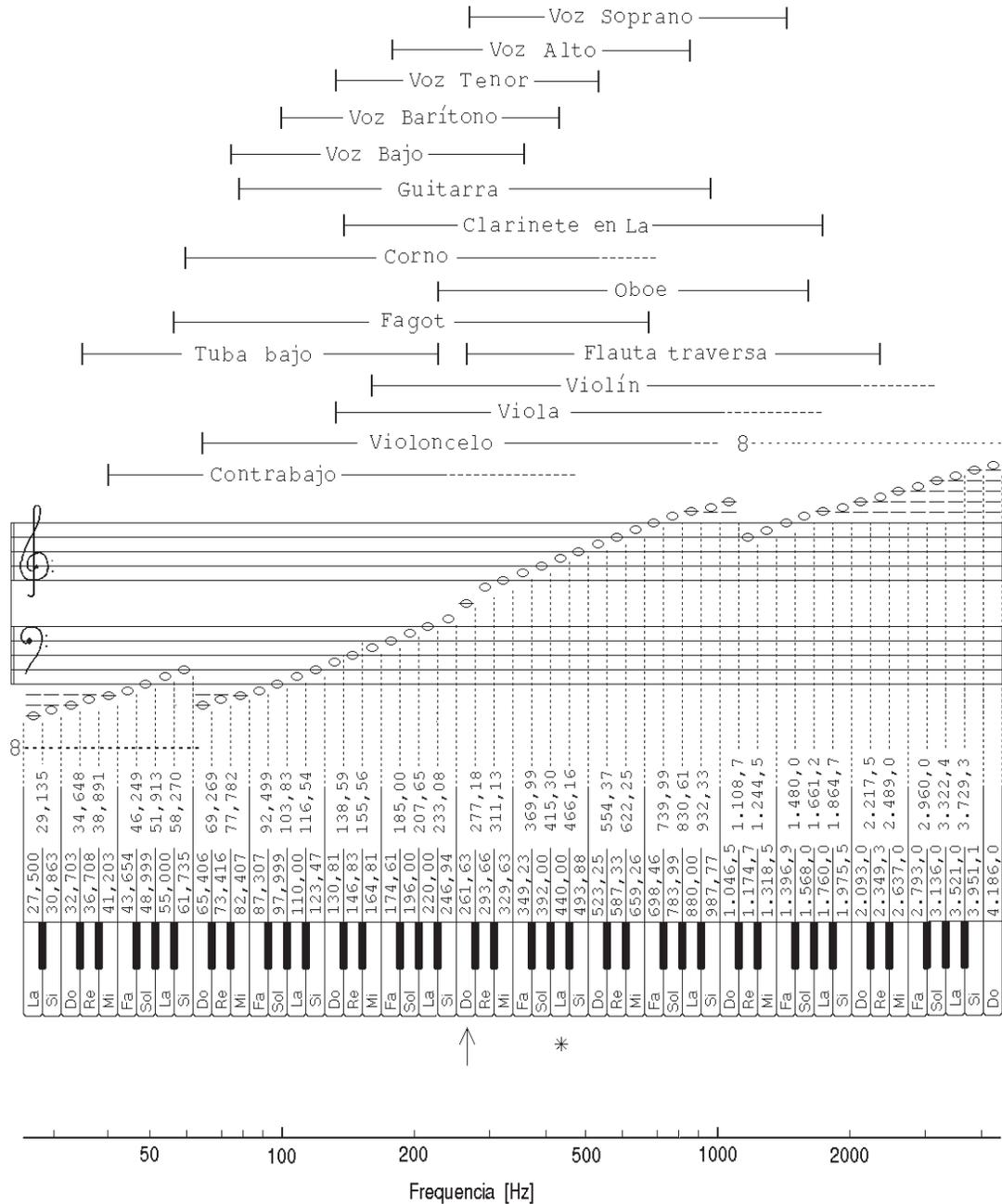


Figura 1.10: Rango de frecuencias de los sonidos producidos por las voces humanas y por varios instrumentos musicales. En el teclado del piano, el Do central se ha indicado con una flecha y la nota concertino con un asterisco. Las frecuencias de las distintas notas son las correspondientes a la afinación bien temperada.

dos sonidos que sólo difieren en sus frecuencias en aproximadamente 0,3%. Es decir, dos sonidos de aproximadamente 1.000 Hz, de igual timbre e intensidad y que suenen en forma consecutiva durante un tiempo no demasiado corto, deben diferir en aproximadamente 3 Hz para que una persona pueda reconocerlos como distintos. Debido a los batimientos, efecto que se discutirá más adelante, el oído puede detectar diferencias menores que 0,3% entre dos sonidos, si éstos se escuchan simultáneamente. Para sonidos de frecuencias altas, más allá de los 5.000 Hz, la pérdida de sensibilidad para discriminar frecuencias es muy rápida, siendo dicha sensibilidad prácticamente nula para frecuencias superiores a los 10 kHz. Por otra parte, para frecuencias menores que 500 Hz, la pérdida de sensibilidad del oído humano es más moderada, siendo, por ejemplo para un sonido de 70 Hz, aproximadamente de 1%.

Lo expresado en el párrafo anterior explica algunas de las normas de alta fidelidad (HiFi) usualmente exigidas para los tocadiscos y tocacintas: las variaciones en la velocidad de giro deben ser inferiores a un 0,2%. Sólo de esa manera queda garantizado que las variaciones de las frecuencias de los sonidos reproducidos por estos equipos sean menores que un 0,2%, hecho que las hace imperceptibles. (Los *compact disc* CD son insensibles a este problema ya que en ellos la información de las frecuencias se almacena sobre el disco en forma digital.)

## 1.6 Intensidad

Hemos definido un *tono* como el sonido producido por una fuente sonora que realiza oscilaciones periódicas. Además de la

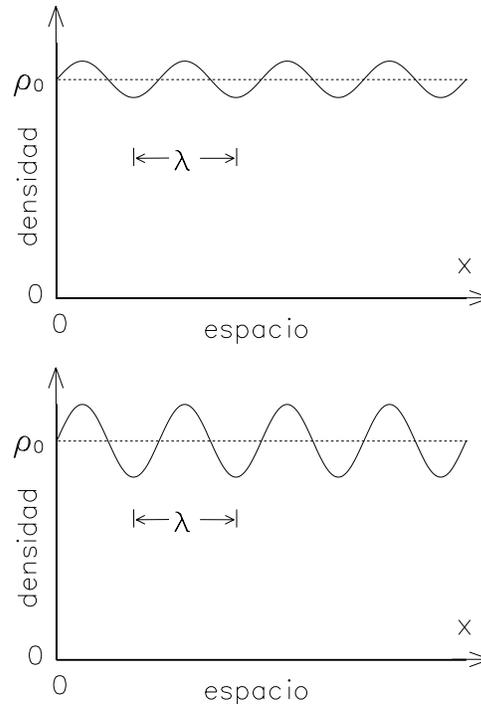


Figura 1.11: Representación esquemática de dos sonidos de la misma frecuencia, pero de intensidades distintas; el sonido más intenso se muestra en la parte inferior.

frecuencia hay otras dos propiedades básicas que caracterizan a un tono; su intensidad y su timbre. En la presente sección analizaremos algunos aspectos relacionados con la intensidad.

Como sabemos, un sonido puede tener un amplio rango de intensidades. Un sonido débil puede ser no audible; por otro lado, un sonido intenso puede producir dolor, e incluso llegar a romper el tímpano.

Hemos visto también que la intensidad del sonido depende de la intensidad con que oscila la fuente sonora (y por consiguiente de la amplitud de las oscilaciones introducidas en el medio en que se propaga el sonido). La figura 1.11 muestra esquemáticamente dos sonidos de la

misma frecuencia, pero de intensidades distintas.

¿Cómo podríamos medir la intensidad de un sonido? Es bien sabido que un aumento de la presión del aire conlleva un aumento de su densidad; de hecho, en ausencia de cambios de temperatura, ambas magnitudes resultan ser proporcionales. Esto permite usar las variaciones de la presión del aire generadas por una onda sonora para caracterizar su intensidad. En el sistema de unidades MKS, como medida de presión se usa la unidad denominada *Pascal*. Por definición:

$$1 \text{ Pa} = 1 \text{ N/m}^2 = 0,00001 \text{ bar} ,$$

o sea, 1 Pascal es igual a la presión ejercida por una fuerza de 1 Newton distribuida uniformemente sobre una superficie de  $1 \text{ m}^2$ . La presión de 1 bar es aproximadamente igual a la presión atmosférica. Un Pascal equivale entonces a aproximadamente un cien milésimo de la presión atmosférica.

Cuando se escucha un tono, la presión atmosférica que actúa sobre el tímpano no es uniforme, sino que varía periódicamente. Experimentalmente se encuentra que, para que el oído sea capaz de percibir un sonido, la variación de la presión debe ser al menos de unos  $0,00002 \text{ Pa}$ . Esta *presión umbral* es pequeñísima —de sólo  $2 \times 10^{-10}$  atmósferas— y muestra la extraordinaria sensibilidad de nuestro sistema auditivo.

Para comprender lo que significa en la práctica esta pequeñísima magnitud recordemos cómo se tapan nuestros oídos cuando descendemos en un ascensor rápido o cuando bajamos en automóvil una cuesta; basta descender verticalmente unos veinte metros para sentirlo. Ahora bien, el cambio de presión

de  $2 \times 10^{-10} \text{ atm}$  ya se produce al descender sólo una centésima de milímetro; si pudiéramos mover la cabeza de arriba hacia abajo con una frecuencia de 2.000 veces por segundo, escucharíamos un sonido intenso de esa frecuencia.

Otra unidad usada comúnmente para caracterizar la intensidad de un sonido es el *decibel* (dB). La tabla 1.2 (ver página siguiente) muestra la magnitud de las variaciones de presión atmosférica generadas por varias fuentes de sonido, como también su equivalencia en dB. También se muestra en la tabla la potencia acústica relativa de los distintos sonidos. La potencia acústica es la energía transportada por una onda sonora por unidad de tiempo. Se puede demostrar que tal potencia acústica es proporcional al cuadrado de las variaciones de presión. El rango dinámico del oído es enorme: Entre el umbral de audibilidad y el umbral de dolor, las ondas sonoras difieren en un factor  $10^{13}$ , en cuanto a la energía transportada por unidad de tiempo. ¡Los oídos de los mamíferos son órganos realmente extraordinarios!

Cabe señalar que la sensibilidad del oído depende fuertemente de la frecuencia del sonido (ver figura 1.12), siendo máxima para frecuencias de entre 500 y 6.000 Hz. El oído es relativamente sordo para frecuencias mucho más altas o mucho más bajas que éstas. Por ejemplo, para un sonido de 20 Hz, la variación mínima de presión requerida para oírlo es casi  $10^4$  veces mayor que para un sonido de 1.000 Hz. Las líneas continuas en la figura 1.12 unen puntos correspondientes a estímulos sonoros de tonos puros que el oído humano percibe como de la misma intensidad. Así, un sonido de 20 Hz debe tener un nivel de intensidad de alrededor de 90 dB para que se perciba como si tu-

Tabla 1.2: Intensidad del sonido producido por varias fuentes.

Fuente de sonido	Presión	Intensidad	Potencia acústica relativa
Umbral de sonido	0,00002 Pa	0 dB	1
Respiración	0,000063 Pa	10 dB	10 <sup>1</sup>
Ruido de hojas	0,0002 Pa	20 dB	10 <sup>2</sup>
Cuchicheo	0,00063 Pa	30 dB	10 <sup>3</sup>
Conversación (separación 1 m)	0,002 Pa	40 dB	10 <sup>4</sup>
Violín (pianísimo)	0,0036 Pa	45 dB	10 <sup>4.5</sup>
Ruido en sala de clase	0,0063 Pa	50 dB	10 <sup>5</sup>
Altoparlante (fuerte)	0,02 Pa	60 dB	10 <sup>6</sup>
Ruido callejero fuerte	0,063 Pa	70 dB	10 <sup>7</sup>
Grito fuerte	0,2 Pa	80 dB	10 <sup>8</sup>
Orquesta sinfónica (fortísimo)	2,0 Pa	100 dB	10 <sup>10</sup>
Discoteca	6,3 Pa	110 dB	10 <sup>11</sup>
Bocina de camión (a 1 m)	6,3 Pa	110 dB	10 <sup>11</sup>
Turbina de avión	20,0 Pa	120 dB	10 <sup>12</sup>
Martillo neumático	20,0 Pa	120 dB	10 <sup>12</sup>
Umbral de dolor	63,0 Pa	130 dB	10 <sup>13</sup>

viera la misma intensidad que un sonido de 1.000 Hz a 30 dB.

La unidad decibel es usada también por los fabricantes de equipos de alta fidelidad para caracterizar la calidad de sus equipos. Para que un receptor de frecuencia modulada pueda ser catalogado como un equipo HiFi, uno de los criterios que debe satisfacer es tener una razón señal-ruido de por lo menos 54 dB. Para un radio-receptor esto significa que si se lo pone bastante fuerte, de manera que el sonido emitido sea de 64 dB, el ruido de fondo —por ejemplo, el ruido que se percibe durante el silencio entre dos movimientos de una sinfonía— no debe ser mayor que 10 dB, o sea, no debe superar la intensidad del sonido producido por la respiración de una persona. Ha sido realmente difícil diseñar tocadiscos y tocacintas con una razón señal-ruido superior a

60 dB. Esta dificultad, con la introducción de los discos compactos y las cintas digitales (*digital tapes*), ha sido en gran medida subsanada; los sistemas CD con discos DDD tienen un rango dinámico de aproximadamente unos 90 dB. Incluso muchos de los problemas de los discos antiguos, como las rayas, el polvo, las vibraciones de los más variados orígenes, las corrientes electrostáticas, etc., que afectaban negativamente su reproducción, se desvanecieron tan pronto se tomó la decisión de almacenar la información en forma digital. De hecho, los códigos que almacenan la información del sonido sobre el disco compacto tienen información redundante, lo que permite reconstruir la información exacta aun cuando parte de ésta se haya perdido durante el proceso de lectura debido a una pequeña falla del disco (por ejemplo, debido a una partí-

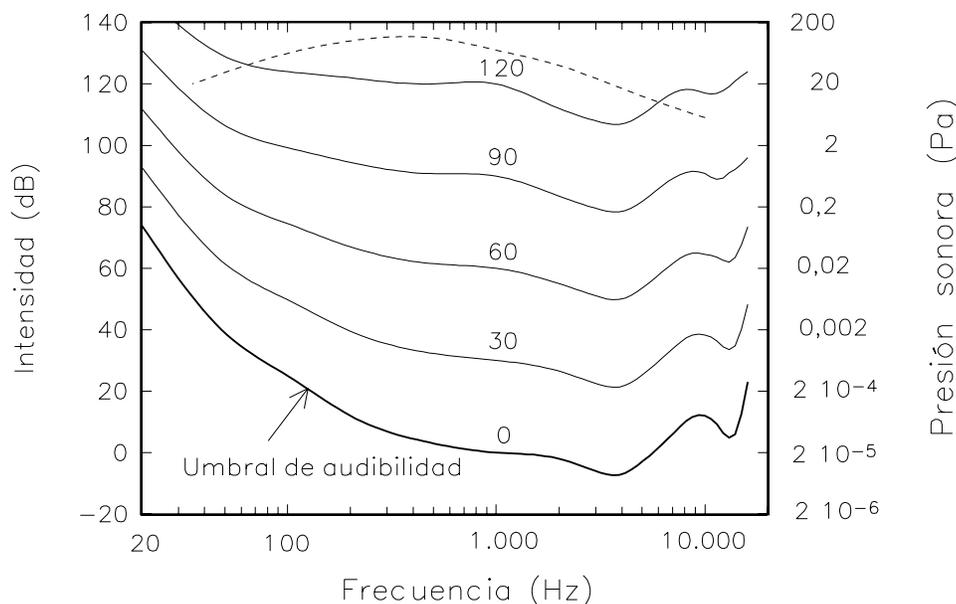


Figura 1.12: El diagrama muestra el umbral de audibilidad y el umbral de dolor (línea segmentada) para el oído humano en función de la frecuencia de un sonido. Las líneas continuas indican la intensidad que debe tener una fuente sonora con una determinada frecuencia para ser percibida con intensidad (indicada en decibeles) equivalente a la que tiene lugar a 1.000 Hz. Un sonido de 20 Hz debe tener una intensidad de 95 dB para ser percibido como teniendo la misma intensidad que un sonido de 1.000 Hz a 30 dB. El oído humano no es capaz de percibir una perturbación del aire con una frecuencia de 20 Hz y una presión sonora de 0,02 Pa.

cula de polvo depositada sobre él).

La tabla 1.3 muestra la potencia (o sea, la energía por unidad de tiempo) emitida por varias fuentes sonoras. La potencia que el músico invierte en generar un sonido tiene, por lo general, poca relación con la potencia del sonido que finalmente emerge del instrumento. Un pianista, al tocar un pasaje fortísimo, debe generar una potencia de unos 200 watts, de los cuales sólo 0,4 watts se transforman en sonido; el resto se disipa en calor.

Lo expuesto en los párrafos anteriores corresponde a resultados que pueden obtenerse experimentalmente, midiendo las propiedades de los sonidos con instrumentos físicos. Esto, sin embargo, no

Tabla 1.3: Potencia acústica emitida por varias fuentes (en watts).

Violín (pp)	$4 \cdot 10^{-6}$ W
Conversación	$10^{-5}$ W
Violín (mf)	$10^{-3}$ W
Voz alto (pp)	$10^{-3}$ W
Voz bajo (ff)	$3 \cdot 10^{-2}$ W
Clarinete (ff)	$5 \cdot 10^{-2}$ W
Orquesta (mf)	$9 \cdot 10^{-2}$ W
Trompeta (ff)	0.1 W
Piano (ff)	0.4 W
Bocina de camión	5 W
Gran orquesta (ff)	70 W
Sirena potente	$10^3$ W

siempre coincide necesariamente con lo que una persona percibe. Analicemos entonces lo que subjetivamente tal persona escucha en lo que a intensidad del sonido se refiere.

Si consideramos un sonido de 1.000 Hz, para un humano, la intensidad del sonido aumenta aproximadamente al doble cada vez que hay un aumento del nivel de intensidad de 10 dB. O sea: de dos sonidos que difieren en 20 decibeles, uno es percibido como si fuera cuatro veces más intenso que el otro; si difieren en 30 decibeles, uno parece ser ocho veces más intenso que el otro.

Un ejemplo ilustrativo es el siguiente: la potencia acústica de diez violines que tocan al unísono una nota es diez veces mayor que la de un solo violín al tocar tal nota, y, por lo tanto, el nivel de intensidad del sonido será 10 dB mayor (ver tabla 1.2). De este modo, para nosotros, y subjetivamente, diez violines sonarán al doble del volumen que uno solo. Para obtener una nueva duplicación subjetiva de la intensidad, es decir, para aumentar la intensidad en otros 10 decibeles, deberemos usar 10 veces más violines, o sea, cien instrumentos.

¿Qué podemos decir respecto a la sensibilidad del oído para discriminar dos sonidos de intensidades distintas? Bajo condiciones muy controladas (misma frecuencia y timbre, durante intervalos no demasiado cortos, gran concentración, etc.), una persona es capaz de percibir diferencias de 1 dB en la intensidad de un tono. Por otra parte —y esto es de mayor importancia para nuestros propósitos— tonos distintos en una secuencia, todos con una dispersión de intensidad de hasta 5 dB, son percibidos por el oído humano como teniendo la misma intensidad. Lo anterior tiene consecuencias importantes

sobre la forma como percibimos la música. Es lo que se verá a continuación.

## 1.7 Dinámica en la música

En una pieza musical es usual encontrar sonidos que deben ejecutarse con intensidades diferentes. De hecho, hay varias normas implícitas que exigen dar diferentes intensidades a las notas en una pieza musical. Algunas de ellas son: la acentuación de la primera nota de un compás, los fraseos musicales, los ritmos sincopados, la acentuación de la primera nota de un tresillo, etc. Por otra parte, también es usual que el compositor o el editor anoten en la partitura las indicaciones dinámicas que deben observarse durante la ejecución de la obra. Igualmente, los intérpretes y directores son activos participantes en las anotaciones dinámicas. Algunas polémicas se han generado al respecto, en las cuales se acusa a los ejecutantes y a los directores de no ser fieles a la voluntad escrita del compositor. Sin embargo, Verdi dijo un día a Toscanini, en Génova, cuando éste en el piano ejecutó un pronunciado *cedendo* no indicado en la partitura de uno de los *Quattro Pezzi Sacri* del propio Verdi: “Non possiamo scrivere tutto, dettagliare tutto...”

Símbolos e indicaciones dinámicas típicas con que uno se encuentra en una partitura son: *crescendo*, *decrescendo* o *diminuendo*, **ff** (*fortissimo*), **f** (*forte*), **mf** (*mezzoforte*), **mp** (*mezzopiano*), **p** (*piano*), **pp** (*pianissimo*). Incluso a veces es posible encontrar algunos **fff** y **ppp**. La figura 1.13 muestra un extracto de una pieza contemporánea para oboe de V. Globokar en la que se pueden observar casi todas las anotaciones dinámicas explícitas recién mencionadas. Pero, ¿qué significan realmente estos símbolos? ¿Se-

**Atemstudie**  
Breathing Study      Etude de respiration

Vinko Globokar, 1971

Oboe *mp* *o a i u e*

**12 STRUKTUREN**

*f* *p* *f* *p* *gliss.*

*pfeifen* *sprechen* *ff* *mf* *p* *gliss.* *regelmässig*

*pp* *mf* *ff* *tf* *pf*

*pp* *f* *ff* *ff* *fff* *gliss.*

*so schnell wie möglich*

Figura 1.13: Extracto de una composición para oboe de V. Globokar (edición H. Litloff (1972)), mostrando diversas indicaciones dinámicas.

rá posible que un músico pueda cabalmente respetarlos?

Para poder responder a esta interrogante se solicitó a algunos músicos de una orquesta de aficionados que ejecutaran dos veces, con una intensidad lo más pareja posible, la escala cromática, o sea, todas las notas en forma sucesiva; la primera vez, tocando pianísimo, o sea, con la menor intensidad posible, y una segunda vez, tocando fortísimo, o sea, lo más fuerte posible. Los resultados típicos para un ejecutante de *flauta dulce* y un fagotista se muestran en la figura 1.14. Al realizarse este experimento, otros músicos presentes en la sala que escucharon las escalas cromáticas de sus colegas coincidieron en señalar que éstas habían sido ejecutadas uniformemente. La figura 1.14 muestra, sin embargo, que la dispersión en la intensidad con que los músicos realmente ejecutaron las escalas cromáticas es enorme. Para el fagot esta dispersión es de unos  $\pm 4$  dB. Para la flauta dulce la dispersión es mucho mayor, siendo un instrumento muy disparejo (en lo que a intensidad se refiere). Efectos similares pueden observarse prácticamente en todos los instrumentos musicales. Esta dispersión tiene diversos orígenes: imperfecciones del instrumento, fenómenos de *resonancia*, imposibilidad del músico para controlar sus músculos con mayor precisión. A ello se agrega también el que el ejecutante no escucha exactamente lo mismo que escucha el auditorio; por ejemplo, el sonido que escucha un violinista que sujeta su instrumento con la barbilla es en parte transmitido hacia su oído directamente a través de la materia ósea. A pesar de la dispersión, lo importante del experimento, para la apreciación musical, es que las escalas cromáticas dejaron en los oyentes la sen-

sación de que habían sido ejecutadas en forma pareja. Es decir, el oído humano no es capaz de percibir esta irregularidad en la intensidad del sonido (o, al menos, al oyente no le molesta).

Resumiendo:

*Notas distintas, ejecutadas en sucesión y con una dispersión no mayor que  $\pm 5$  dB, parecen tener todas la misma intensidad para el oído humano.*

Empíricamente se comprueba que sólo cuando se tocan varias notas con una intensidad lo más pareja posible, y luego otro conjunto de notas con una intensidad promedio 5 dB mayor, quien escucha notará que ha habido un aumento de la intensidad.

De lo anterior se concluye que para distinguir un **mf** de un **f**, las intensidades de sus sonidos deberán diferir en al menos 5 dB. Por lo tanto, para que con un instrumento musical se puedan interpretar todos los matices dinámicos entre el pianísimo y el fortísimo, cada nota debe poder ejecutarse con una intensidad mínima y una máxima que difieran por lo menos en 25 dB. Este requerimiento no es fácil de lograr en la mayoría de los instrumentos musicales, aun cuando ellos sean ejecutados por músicos profesionales. De la figura 1.14 se deduce que el rango dinámico de una flauta dulce es sólo de aproximadamente unos 7 dB, mientras que el del fagot es de unos 15 dB (al ser ejecutados por músicos aficionados).

Los rangos dinámicos típicos que un músico aficionado puede lograr con su instrumento al tocar una secuencia de notas distintas se presentan en la tabla 1.4. En ella también se muestra la dispersión

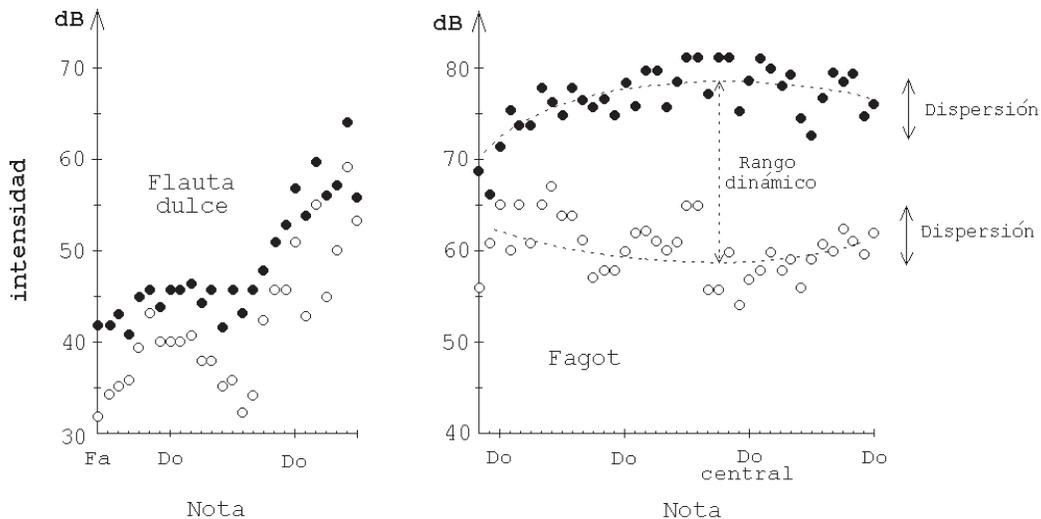


Figura 1.14: Intensidad de las notas de una escala cromática ejecutada en la forma más pareja posible para una flauta dulce alto y un fagot. Cada instrumento es ejecutado con la menor (círculos blancos) y mayor (círculos negros) intensidad posible.

Tabla 1.4: Rango dinámico y dispersión de varios instrumentos al ser ejecutados por músicos aficionados.

Instrumento	Rango dinámico	Dispersión
Violín	15 dB	2,5 dB
Viola	17 dB	2,5 dB
Violoncelo	15 dB	3,5 dB
Contrabajo	15 dB	4,0 dB
Flauta travesa	10 dB	3,0 dB
Oboe	10 dB	1,5 dB
Fagot	20 dB	3,0 dB
Corno	20 dB	4,0 dB
Trompeta	10 dB	1,5 dB
Tuba	15 dB	1,5 dB
Clarinete	10 dB	3,0 dB
Flauta dulce	7 dB	irregular

en la intensidad, típica de una escala cromática ejecutada lo más pareja posible. Como se observa en dicha tabla, para un

músico aficionado puede ser muy difícil llegar a dominar su instrumento de manera que pueda generar sonidos con un rango dinámico de 25 dB.

En la tabla 1.5 se muestra la intensidad típica que un músico profesional puede lograr (usando su voz o instrumentos de calidad) para sonidos individuales correspondientes al registro grave y al registro agudo. Los resultados se muestran para sonidos pianísimos (pp) y fortísimos (ff).

Es importante hacer notar, sin embargo, que los grandes intérpretes y los músicos entrenados para generar un rango dinámico lo más amplio posible son capaces de obtener resultados mejores que los mencionados. Así, por ejemplo, el famoso violinista Isaac Stern fue capaz, durante la ejecución del concierto para violín de Beethoven, de hacer sonar su instrumento con un rango dinámico de alrededor de 50 dB —siendo la energía

Tabla 1.5: Rango dinámico en dB para sonidos graves y agudos que pueden ser logrados por la voz humana y por músicos profesionales en varios instrumentos.

Fuente de sonido	reg. grave		reg. agudo	
	(pp)	(ff)	(pp)	(ff)
Voz soprano	35	70	84	90
Voz alto	58	63	88	98
Voz tenor	42	72	70	92
Voz bajo	48	72	73	93
Violín	42	72	46	68
Viola	42	72	46	68
Violoncelo	32	72	45	68
Contrabajo	42	82	50	70
Flauta traviesa	45	72	75	85
Clarinete	42	85	68	88
Oboe	65	80	68	88
Fagot	52	78	62	85
Corno	40	70	70	100
Trompeta	46	82	82	90
Trombón	42	82	74	106
Tuba	53	81	70	100
Guitarra	30	65	35	65
Piano	50	85	45	80

irradiada por su pianísimo 100.000 veces menor que la de su fortísimo.

Las variaciones dinámicas en la interpretación de una obra musical son importantes para el impacto emocional inducido en los oyentes. Las grabaciones de conciertos en los discos antiguos o cintas magnéticas no reproducen, generalmente, el enorme rango dinámico que usualmente escuchamos en una sala de conciertos. Los ingenieros de sonido frecuentemente retocan las grabaciones de un concierto, aumentando la intensidad del sonido en los pasajes pianísimos y disminuyendo —para no saturar los equipos de reproducción— su intensidad en los fortísimos y, por consiguiente, un tocacintas no puede otorgar los “deleites” de

un concierto *en vivo*.

El extremo opuesto de un concierto *en vivo* es la música “envasada” que transmiten en los supermercados y algunos consultorios médicos. Notemos que tal música no es capaz de llamarnos la atención. De hecho, está precisamente diseñada para que no lo haga. ¿Cómo lo logran? Simplemente utilizando trozos musicales de poco interés y manipulando las grabaciones para evitar, en lo posible, las variaciones dinámicas. De esta manera logran su objetivo: producir un “ruido” de fondo parejo, chato y monótono, que no distrae al cliente.

### 1.8 Dinámica y desarrollo de los instrumentos musicales

El rango dinámico de los distintos instrumentos musicales ha determinado en gran medida su evolución y uso a lo largo de los tiempos. Los diseños de los instrumentos que permitían la ejecución de un sonido más intenso y que poseían un rango dinámico mayor fueron desplazando siempre a los instrumentos con sonido más débil y rango dinámico menor.

Por ejemplo, la flauta dulce, con su pequeño rango dinámico, su irregularidad y la fuerte relación de la intensidad de sus notas con sus frecuencias (ver figura 1.14), fue desplazada por la flauta traviesa de Böhm. Sólo en los últimos 20 años la flauta dulce ha tenido un renacimiento, quizá precisamente por ser la irregularidad de sus sonidos uno de sus encantos.

Otro ejemplo es lo que ocurrió con los instrumentos de teclado. Los clavecines son instrumentos de teclado cuyas cuerdas son pulsadas por un dispositivo mecánico. El rango dinámico de una única nota en estos instrumentos es

nulo; la intensidad de una nota es siempre la misma. A pesar de ello, la dispersión dinámica del instrumento como un todo es apreciable, ya que las distintas notas no son generadas todas con la misma intensidad. Las razones son varias: los plectros que pulsan las cuerdas no tienen todos la misma elasticidad, se desgastan, de modo que sus largos y sus ángulos de ataque no son todos iguales; por otra parte, las cuerdas de notas distintas tienen grosores y densidades distintas, hay fenómenos de resonancia, etc. Es esta irregularidad en la intensidad de las distintas notas, apenas perceptible para el oído humano, la que hace fascinante la música del clavecín, siendo uno de los aspectos que evita la monotonía. Otro factor que introduce cierta irregularidad en el clavecín es la afinación. Un clavecín tiene un marco de madera que trabaja bastante; aun cuando en un momento esté bien afinado, basta que la temperatura cambie en algunos grados para que se desafine levemente, aunque en forma casi imperceptible incluso para un experto.

En contraposición, los clavecines electrónicos tienen un rango y una dispersión dinámica nulos, es decir, todos los sonidos tienen siempre la misma intensidad sonora (y además el mismo “color” o timbre). Más aún, mantienen siempre esa impecable afinación. Es un instrumento perfecto desde el punto de vista físico. Sin embargo, esta “perfección” es generalmente un aspecto indeseado desde el punto de vista musical; la excesiva monotonía introducida por la perfección no es capaz de mantener el interés del que oye. Escuchar un clavecín electrónico — o también un órgano electrónico— puede resultar cansador y llevar a más de algún oyente, después de un rato, a la exasperación o a la indiferencia.

Durante el transcurso de este libro llegaremos, en más de una oportunidad, a la conclusión de que lo estéticamente agradable desde el punto de vista musical no necesariamente coincide con lo más perfecto desde el punto de vista físico. Algo parecido ocurre con nuestro sentido visual. Al observar un paisaje pintado por van Gogh y una fotografía del mismo paisaje, el cuadro sin duda ejercerá un impacto emocional mucho más fuerte sobre el observador, a pesar de ser la fotografía, en cierto sentido, una representación más perfecta del paisaje.

Durante el siglo XVII se desarrolló el piano-forte (hoy comúnmente llamado piano). En él, la cuerda no es punteada, sino golpeada con un macillo. La fuerza con que un pianista presiona una tecla influye directamente en la intensidad del sonido. En un piano es posible tocar piano y forte; ello explica su nombre. El rango dinámico del piano, muy superior al del clavecín, unido a su mayor sonoridad, fueron determinantes en el desplazamiento del instrumento más antiguo.

Siempre son los aspectos físico-mecánicos —rango dinámico, rango de frecuencias, facilidad en la ejecución, rapidez de respuesta, etc.— de un instrumento musical, y sólo en menor grado su timbre, los que determinan si ese instrumento musical se impone o no. El hecho de que hoy en día encontremos agradable el sonido y timbre de cierto instrumento se debe generalmente a que lo hemos escuchado muchas veces y nos hemos acostumbrado a su sonido. De lo contrario sería difícil comprender la opinión emitida por Voltaire al escuchar por primera vez un piano: “Comparado con el clavecín, el piano-forte es un instrumento de carbonero”.

# Capítulo 2

## Propagación del sonido

En el presente capítulo profundizaremos varios aspectos relacionados con la propagación del sonido. La mayoría de los fenómenos que se analizarán en lo que sigue (reflexión, difracción, superposición, etc.), no son exclusivos del sonido sino generales, manifestándose, de una u otra manera, en las distintas ramas de la naturaleza que hacen uso del concepto de ondas (por ejemplo, en la óptica, la mecánica cuántica, la sismología, etc.). Casi siempre resulta más fácil ilustrar los fenómenos ondulatorios con olas superficiales en líquidos, debido a que éstas pueden visualizarse. Por esa razón, en las secciones siguientes, recurriremos frecuentemente a esta analogía.

### 2.1 Reflexión y absorción

Volvamos a las ondas sonoras y analicemos algunos fenómenos que pueden modificarlas en su trayecto desde la fuente sonora hasta su detección por nuestro sistema auditivo. Uno de ellos es la reflexión.

Al llegar una ola al borde de una piscina, todos hemos comprobado que se refleja. Al estudiar el fenómeno con mayor detalle, encontramos que la ola se refleja de manera especular, es decir, el ángulo con que emerge su *frente de onda* es igual

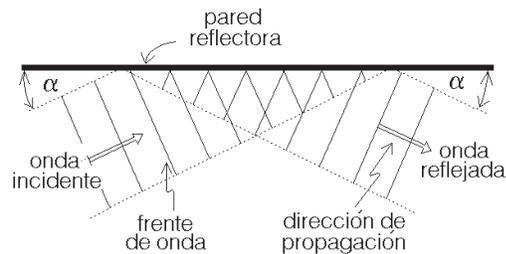


Figura 2.1: Olas reflejadas por una pared. Las líneas representan las crestas de las olas. Las flechas indican su dirección de propagación.

al ángulo de incidencia. Este comportamiento, que también es fácil de observar en una cubeta de ondas, se muestra esquemáticamente en la figura 2.1.

La propiedad anterior también la poseen las ondas acústicas. Un experimento sencillo que ilustra la reflexión especular de las ondas sonoras se muestra en la figura 2.2. Se coloca un tubo sobre un reloj. El sonido es así canalizado por el tubo en una dirección. Al emerger por la parte superior del tubo se esparcirá en todas direcciones y el tic-tac del reloj será audible sólo en la vecindad. Si colocamos ahora un reflector cóncavo de sonido a la salida del tubo, se puede dirigir nuevamente el sonido básicamente en una dirección, siendo ahora el tic-tac audible donde antes no lo era.

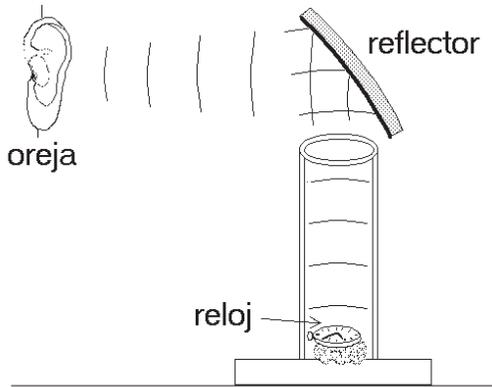


Figura 2.2: Reflexión del sonido.

*Una onda de sonido se refleja especularmente al chocar con un objeto de al menos el tamaño de su longitud de onda, interpuesto en su camino.*

Es claro que no todas las superficies reflejan de la misma forma el sonido. Al lanzar una pelota de tenis contra una pared dura, la pelota rebotará prácticamente con la misma velocidad de incidencia. Sin embargo, al lanzarla contra un cortinaje, el género se deformará y absorberá la mayor parte de su energía. También el sonido se refleja bien en superficies duras y rígidas, y mal en superficies porosas, blandas y deformables. En efecto, al incidir el sonido sobre un cortinaje, hay varios fenómenos que causan que se absorba la energía de la onda sonora, siendo el más importante el debido al roce viscoso con el aire.

Para vislumbrar lo que ocurre en el interior del cortinaje ilustremos primero el efecto del roce en un caso más familiar. Consideremos un río no muy turbulento. A pesar de que el río fluye y en el centro su velocidad puede llegar a ser de varios metros por segundo, cerca de la orilla el agua estará prácticamente en

reposo. Se tiene pues que en distintos sectores del río el agua avanza con distintas velocidades. Este movimiento relativo de aguas vecinas ocasiona roce y disipa energía de movimiento. (Si no fuera por este roce, el agua de un río debería correr cada vez más rápido a medida que se acerca al mar.) Algo análogo ocurre con el aire del cortinaje. El aire muy cercano a las fibras está siempre prácticamente en reposo. El sonido que incide sobre el cortinaje sólo puede inducir a moverse a las moléculas del aire que no están muy cerca de las fibras. Por consiguiente, en el interior del cortinaje hay distintos sectores del aire con distintas velocidades; la fricción, consecuencia de la viscosidad del aire, se encarga de disipar la energía de la onda sonora.

Existen además otros mecanismos que contribuyen a la atenuación de una onda sonora cuando es reflejada por una superficie. Sin entrar en más detalles, mencionamos algunos de ellos:

- a) La transmisión de energía calórica desde la onda sonora a la superficie reflectora.
- b) La conducción de sonido desde el reflector hacia otras estructuras y ambientes.
- c) La deformación no elástica que la onda sonora genera en el "reflector".

La tabla 2.1 muestra la fracción de la energía de un sonido que es absorbida al reflejarse en diversos materiales.

Se observa que, para un sonido de 1.000 Hz, una pared sólida de ladrillos refleja del orden de un 96% del sonido que incide sobre ella, mientras que un cortinaje grueso absorbe cerca de un 72%. Por ello en una sala de conciertos hay que evitar exagerar en felpas y alfombras para

Tabla 2.1: Coeficiente de absorción de sonido para algunos materiales. Un coeficiente de absorción igual a 1 significa absorción total.

Material	Frecuencia (Hz)					
	125	250	500	1.000	2.000	4.000
Pared de ladrillos	0,02	0,03	0,03	0,04	0,05	0,06
Pared de ladrillos estucada y pintada	0,01	0,01	0,01	0,01	0,02	0,02
Paneles de madera terciada	0,60	0,30	0,10	0,09	0,09	0,09
Piso de madera	0,15	0,11	0,10	0,07	0,06	0,07
Cortinaje grueso	0,14	0,35	0,55	0,72	0,70	0,66
Alfombra gruesa sobre piso de concreto	0,02	0,06	0,15	0,40	0,60	0,60
Vidrio de una ventana	0,30	0,20	0,20	0,10	0,07	0,04
Butaca (sin ocupar)	0,20	0,40	0,60	0,70	0,60	0,60
Butaca ocupada	0,40	0,60	0,80	0,90	0,90	0,90
Silla metálica o de madera	0,02	0,03	0,03	0,06	0,06	0,05

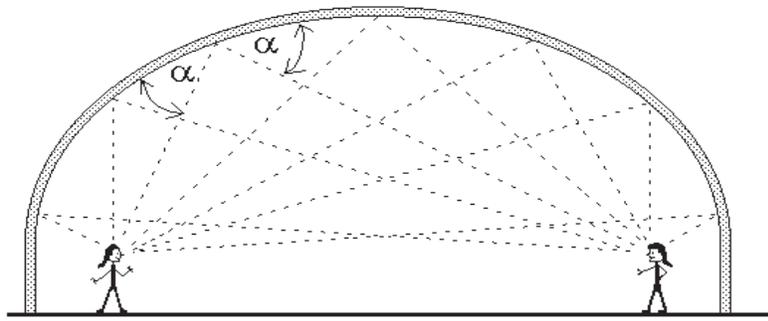


Figura 2.3: Bóveda de susurro. Las líneas muestran la trayectoria del sonido desde la fuente al punto focal donde se ubica el receptor.

disminuir el ruido ambiente, ya que esto podría causar serios problemas de acústica, al eliminarse, en muy alto grado, los rebotes de los sonidos en la sala.

Observemos cómo distintos materiales absorben de manera distinta los sonidos. Por ejemplo, una pared de madera terciada absorbe eficientemente los sonidos de frecuencia baja y sólo en un grado mucho menor los de frecuencias altas. Lo

contrario ocurre con un cortinaje grueso; éste es un absorbente más efectivo para sonidos de frecuencias altas.

Volvamos a la reflexión de las ondas sonoras. Como es fácil imaginarse, tal reflexión tiene un papel importante en la acústica de salas y piezas. En algunas ocasiones, los arquitectos y constructores han hecho uso de este fenómeno físico para crear “bóvedas de susurro”. En

ellas, el sonido generado en un lugar de la sala es reflejado y focalizado en otro (ver figura 2.3). De esta manera, lo que se susurra en un lugar puede ser perfectamente audible en otro bastante alejado. Una construcción que posee tal bóveda de susurro es la catedral de San Pablo de Londres.

## 2.2 Acústica de salas

A continuación analizaremos brevemente algunos de los aspectos que determinan la acústica de las salas de conciertos. La percepción sonora en una sala de conciertos depende de la intensidad y de la relación temporal entre el *sonido directo* —el que viaja en línea recta desde la fuente sonora hasta el receptor— y el *sonido indirecto* —el reflejado por las paredes de la sala.

Empíricamente, una diferencia de tiempo entre el sonido directo y el indirecto menor que 0,05 s resulta ser acústicamente favorable. Las reflexiones en este caso no son molestas para entender la voz hablada, todo lo contrario, aumentan la intensidad del sonido que llega al oído y, en el caso de la música, favorecen la amalgamación de los sonidos, contribuyendo al colorido musical.

Por otra parte, diferencias de tiempo entre el sonido directo y el indirecto aproximadamente mayores que 0.05 s son perjudiciales para entender la voz hablada y para la óptima percepción de la música, si ambos tienen intensidades similares. En efecto, 0,05 segundos es aproximadamente el tiempo mínimo que requiere el oído para percibir el sonido original y el reflejado como dos sonidos diferentes. Si el tiempo es menor, los dos sonidos, el directo y el indirecto, se con-

funden y el oído los acepta como uno solo. Lo anterior, por ejemplo, limita el radio de las conchas acústicas a aproximadamente ocho metros.

Cuando el sonido es reflejado en forma reiterativa se tiene lo que se conoce como *reverberación*. Paredes paralelas que reflejan bien el sonido favorecen este fenómeno. La reverberación en las salas de conciertos se puede minimizar recurriendo a superficies inclinadas o absorbentes. Cuando la reverberación es excesiva, situación que ocurre en la mayoría de las grandes iglesias, los distintos tonos de una melodía comienzan a confundirse y si, por ejemplo, hay un coro cantando, al público le parecerá que la ejecución es poco precisa. La reverberación puede incluso llegar a ser tan seria que termina por desorientar a los mismos ejecutantes.

La figura 2.4 muestra un caso típico de la evolución temporal a la que está expuesto un oyente en una sala de conciertos cuando en el escenario algún músico toca con su instrumento un sonido continuo durante el intervalo temporal  $[t_i, t_f]$ .

A pesar de que el sonido comienza a emitirse en el instante  $t_i$ , éste llega recién en el instante  $t_d$  hasta el oyente. El producto de la velocidad del sonido  $v$  por la diferencia de tiempo  $(t_d - t_i)$  es igual a la distancia  $L$  que separa al oyente del músico con su instrumento, o sea,  $L = v \cdot (t_d - t_i)$ . Si la distancia  $L$  es de, por ejemplo, 34 metros, entonces el intervalo temporal  $[t_i, t_d]$  corresponderá a aproximadamente 1/10 de segundo.

Analicemos detalladamente la figura 2.4. Durante el intervalo de tiempo  $[t_i, t_d]$ , el oyente sólo escucha el *ruido de fondo*, que necesariamente siempre está presente. Para el caso mostrado en la figura, éste es de unos 30 dB. En el ins-

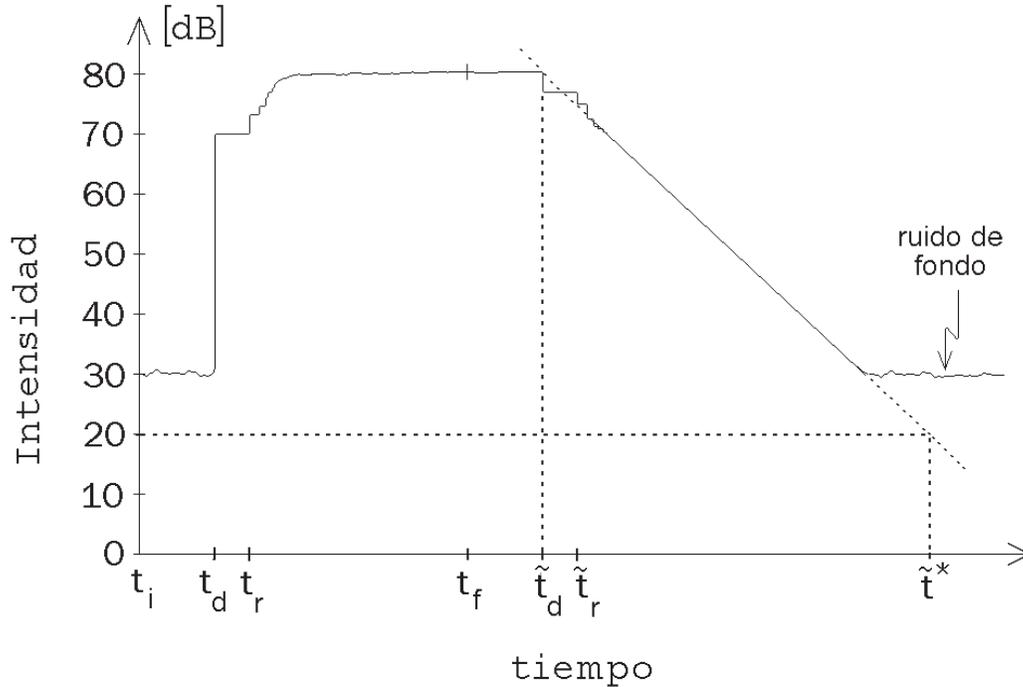


Figura 2.4: Evolución temporal de la intensidad, medida en el auditorio, de un sonido continuo emitido en el escenario de una sala entre los instantes  $t_i$  y  $t_f$ .

tante  $t_d$ , el oyente percibe el sonido directo del instrumento; supondremos que el nivel de intensidad del sonido directo corresponde a unos 70 decibeles. Si la sala no tuviese paredes o un cielo, el nivel de intensidad se mantendría en ese valor. En una sala, sin embargo, las sucesivas reflexiones incrementarán paulatinamente la intensidad del sonido. En el instante  $t_r$  llega al oyente el primer sonido reflejado. Tal como ya se señaló, es importante que el lapso transcurrido entre  $t_d$  y  $t_r$  no sea superior a  $1/20$  de segundo, para que el oyente no perciba el “escalón”. Para el ejemplo mostrado en la figura, la primera reflexión aumenta la intensidad del sonido en unos 3 decibeles (lo que equivale a aproximadamente un factor 2 en la energía sonora). Sucesivas reflexiones múltiples siguen aumentando la intensidad hasta que la energía por unidad de tiempo del sonido absorbido por las paredes, el alhajamiento y las personas presentes en la sala iguale a la potencia sonora que emana del instrumento. Para nuestro ejemplo, esto ocurre cuando la intensidad del sonido (en el lugar en que se encuentra el oyente) llega a los 80 decibeles. Nótese que la energía sonora en este nivel de intensidad es 10 veces mayor que la del sonido directo (que sólo era de 70 dB), en otras palabras, las múltiples reflexiones del sonido son fundamentales para incrementar su intensidad.

De acuerdo con nuestras suposiciones, el músico deja de tocar su instru-

mento el instante  $t_f$ . Sin embargo, recién en el instante  $\tilde{t}_d$  deja de llegar el sonido directo hasta el oyente, percibiendo éste una pequeña disminución en la intensidad (recordemos que para el ejemplo mostrado en el gráfico, el sonido directo es sólo un 10% de la intensidad total). Posteriormente, en el instante  $\tilde{t}_r$ , deja de llegar la primera reflexión produciéndose una nueva disminución de la intensidad. El sonido seguirá siendo todavía bastante intenso ya que (como se ha indicado) la mayor parte de la intensidad proviene de las reflexiones múltiples (la reverberación). El decaimiento del sonido es relativamente lento.

Es usual caracterizar la reverberación por el tiempo  $T^*$  que tarda la intensidad de un sonido en decaer 60 dB una vez que se apaga la fuente de sonido<sup>1</sup>. Para el ejemplo mostrado en la figura 2.4,  $T^* = \tilde{t}^* - \tilde{t}_d$ , o sea, aun cuando la intensidad no puede disminuir en 60 decibeles debido al ruido de fondo, para determinar el tiempo de reverberación se extrapola el decaimiento de la intensidad como si el ruido de fondo no existiese, hasta que la disminución es de 60 dB.

En contraposición a lo que ocurre en una sala, al aire libre, la ausencia de reflexiones múltiples hace que el sonido que se escucha sea mucho menos intenso. También, una vez que el músico ha dejado de tocar y el sonido directo deja de llegar al oyente (o sea, para instantes posteriores a  $\tilde{t}_d$ ), la intensidad del sonido abruptamente coincide con el ruido de fondo.

Hoy en día las salas de conciertos son diseñadas para que tengan cierta determinada reverberación (un valor considerado óptimo para el tipo de espectáculos

para el que se está diseñando la sala)<sup>2</sup>. Una reverberación óptima ayuda a que los distintos ejecutantes de una pieza musical se escuchen mutuamente. Cuando no hay reverberación, el sonido parece no tener vida, se desvanece rápidamente y los distintos ejecutantes pueden tener dificultades para escucharse mutuamente, haciéndose difícil una óptima presentación (situación usual en conciertos realizados al aire libre).

Se ha determinado que, para frecuencias de entre 500 Hz y 1.000 Hz, el valor óptimo de  $T^*$  para una sala de conciertos es de entre 1,6 y 2 segundos. El valor típico de  $T^*$  para una sala de clases es de 0,5 s; para la famosa sala de óperas *Alla Scala* de Milán,  $T^* \sim 1,5$  s; para la del *Teatro Colón* de Buenos Aires, considerada entre las cinco mejores salas de conciertos del mundo,  $T^* \sim 1,8$  s; y para la inmensa Catedral de Colonia, este valor es  $T^* \sim 13$  s.

Es claro que el tamaño de una sala afecta directamente el tiempo  $T^*$ : cuanto más grande la sala, tanto más demora el sonido en viajar entre las paredes y, por lo tanto, el tiempo de reverberación  $T^*$  aumenta. Una sala para música de cámara, que para su óptima ejecución requiere tiempos de reverberación del orden de 1 s, debe tener un volumen de entre 500 y 5.000 m<sup>3</sup>. Para la representación de una ópera, el tiempo de reverberación óptimo es de alrededor de 1,6 s, lo que se logra en salas con un volumen de entre 10.000 y 30.000 m<sup>3</sup>. En salas grandes hay que cuidar que el tiempo transcurrido entre el sonido directo y la primera reflexión no sea mayor que 1/20 s (de otro

<sup>1</sup>60 dB coincide aproximadamente con el rango dinámico de una orquesta

<sup>2</sup>El valor óptimo para música de cámara es menor que para una gran orquesta u ópera. Naturalmente, la cantidad de público presente en la sala también afecta a este valor.

modo, los dos sonidos no se amalgaman sino que se escuchan como dos sonidos separados). Esto usualmente se logra suspendiendo desde los cielos de la sala y del escenario grandes paneles reflectores. Los paneles ubicados sobre el escenario son además fundamentales para que los músicos se escuchen bien unos a otros. Si estos paneles se encuentran suspendidos a más de 6 m, se hace muy difícil ejecutar una obra musical en forma completamente coordinada.

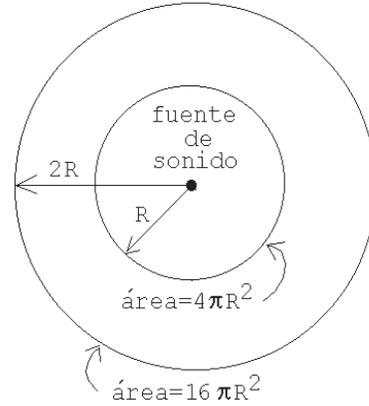


Figura 2.5: Diagrama que ilustra la atenuación del sonido con el aumento de la distancia desde la fuente sonora.

### 2.3 Atenuación del sonido

La experiencia cotidiana muestra que, a medida que nos alejamos de una fuente de sonido, su intensidad disminuye. La principal razón de ésto es puramente geométrica. Si rodeamos la fuente sonora con cáscaras esféricas concéntricas imaginarias (ver figura 2.5), una de radio  $R$  y otra de radio  $2R$ , observamos que la onda sonora, al llegar a la cáscara exterior, debe repartirse sobre una superficie mucho mayor que sobre la cáscara interior. Como el área de la esfera exterior es cuatro veces el área de la interior, la razón de la potencia sonora por unidad de área entre ambas esferas, también será cuatro. Como 3 decibeles corresponden a un factor 2 en la potencia acústica, un factor 4 corresponderá a 6 dB. O sea, al alejarnos de la fuente sonora aumentando la distancia al doble, la intensidad del sonido, por razones puramente geométricas, disminuye en 6 decibeles.

En general, para una fuente puntual, en ausencia de reflexiones y refracciones, la intensidad del sonido disminuye por razones geométricas en forma proporcional al inverso de la distancia al cuadrado.

La viscosidad del aire también afecta

a la intensidad de la onda sonora en su propagación libre. Como ya sabemos, un sonido genera pequeñas oscilaciones de fracciones de un milímetro de las moléculas del aire (recordemos las oscilaciones de las tres moléculas mostradas en la figura 1.3). Al analizar cuidadosamente esa figura se observa que las moléculas no oscilan en la misma dirección en el mismo instante; de hecho, moléculas ubicadas en regiones separadas por media longitud de onda siempre tienen velocidades opuestas. Esto significa que también durante la propagación libre de una onda sonora hay, entre distintos sectores del medio, velocidades relativas. Pero, como ya hemos visto, cuando distintos sectores de aire se mueven unos respecto a los otros, debido a la viscosidad habrá necesariamente disipación de energía (roce).

Afortunadamente, para sonidos de interés musical, estas regiones o sectores en movimiento relativo están relativamente distantes unas de las otras (separados por media longitud de onda) y, por consiguiente, el efecto de la viscosidad es mucho menor que en el caso del

Tabla 2.2: Distancia que alcanza a recorrer el sonido en el aire antes de perder la mitad de su intensidad debido al roce viscoso.

Frecuencia del sonido	Distancia
1000 Hz	22,2 km
10 kHz	220 m
60 kHz	6,14 m
100 kHz	2,2 m
1000 kHz	2,2 cm

cortinaje mencionado en una sección anterior, donde las distancias involucradas eran las que hay entre fibras vecinas. Sin embargo, cuando la longitud de onda es pequeña (como ocurre en los sonidos de altas frecuencias), la absorción de la intensidad debida a la viscosidad del aire es importante. La tabla 2.2 muestra la distancia que alcanza a recorrer el sonido en el aire antes de perder la mitad de su intensidad debido al roce viscoso<sup>3</sup>. Notemos cómo la distancia disminuye rápidamente a medida que aumenta la frecuencia del sonido. Esto explica por qué sólo se percibe un retumbar grave como efecto de una fuerte explosión ocurrida lejos.

Para los sonidos que normalmente escuchan los humanos (entre 20 y 10,000 Hz), esta atenuación por viscosidad interna del aire es poco importante. Para un murciélago, sin embargo, que se orienta con su sistema eco-acústico emitiendo sonidos de 60 kHz, en sólo 6,14 m, el sonido pierde la mitad de su intensidad debido a este efecto.

<sup>3</sup>En la tabla no está considerado el efecto de la disminución de la intensidad del sonido debido al factor geométrico.

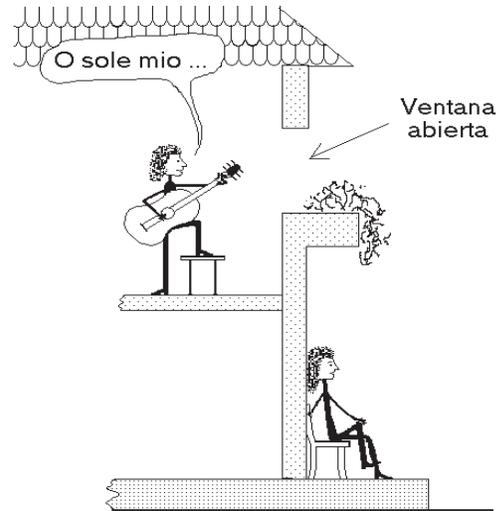


Figura 2.6: La persona en el exterior escucha la música debido a la difracción del sonido.

## 2.4 Difracción

Otro efecto que modifica las ondas sonoras durante su propagación es la *difracción*.

Supongamos que en una sala de un segundo piso un músico practica con su instrumento, y que la ventana que da a la calle está abierta (ver figura 2.6). Una persona sentada junto a la casa no tendrá mayor problema para escuchar al músico, aun cuando no le sea posible observarlo directamente. ¿Cómo llega el sonido desde el instrumento hasta el oyente? De lo dicho anteriormente pareciera desprenderse que el sonido se propaga en línea recta mientras no sea reflejado por alguna superficie. Sin embargo, en la situación mostrada en la figura 2.6 es evidente que el sonido no se está propagando en forma rectilínea.

Esta propiedad —que poseen también todos los demás tipos de ondas— de propagarse rodeando obstáculos para lle-

gar a lugares que, de acuerdo a la hipótesis de propagación rectilínea, están en la *sombra*, se llama *difracción*.

La difracción de ondas superficiales en el agua se puede estudiar en una cubeta de ondas, colocando objetos de diverso tamaño en el camino de las olas. Lo que se comprueba experimentalmente —y que también ha sido planteado teóricamente— es que detrás de un objeto se forma una sombra bien definida sólo si el objeto tiene un tamaño mucho mayor que la longitud de onda de las olas. Cuando el tamaño del objeto que se interpone a las olas es menor o igual que la longitud de onda, la ola rodea al objeto, no permitiendo que se forme una sombra.

Algo parecido ocurre cuando las olas pasan por una abertura en una pared (ver figura 2.7). Cuando la abertura es grande comparada con la longitud de onda (figura 2.7a), la ola sigue propagándose esencialmente en la dirección que tenía antes de llegar a la abertura (es decir, se propaga en línea recta). Sin embargo, cuando el tamaño de la abertura es parecido o menor que la longitud de onda (figura 2.7b), entonces la ola, luego de atravesarla, se propagará en todas las direcciones. En este caso, la onda no se propaga en línea recta sino que se *difracta*.

Volviendo al mundo de los sonidos, una onda sonora, igual que todos los demás fenómenos ondulatorios, se difracta, es decir, deja de propagarse en línea recta, cuando pasa por aberturas o choca contra objetos que tienen un tamaño comparable o menor que su longitud de onda.

Conociendo la velocidad de propagación y la frecuencia de un sonido, y usando la ecuación (1.2), es fácil evaluar su longitud de onda. Las arias escritas para la voz soprano usualmente se limitan

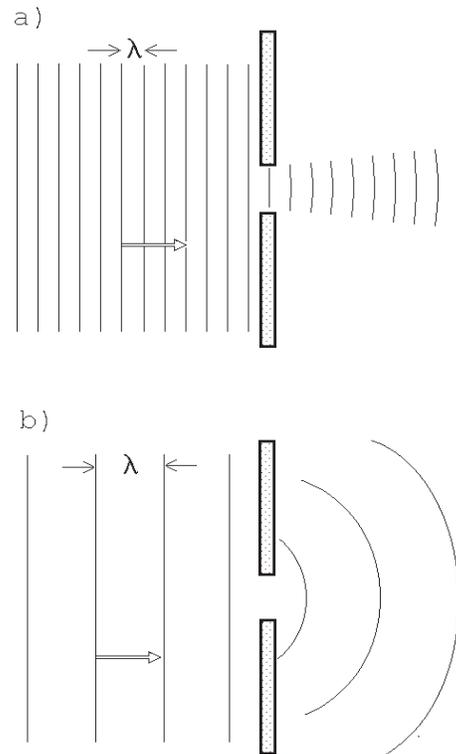


Figura 2.7: Difracción de una onda plana al pasar por una abertura. En la parte a) la abertura es mayor que  $\lambda$ , mientras que en la parte b) el tamaño de la abertura es menor que  $\lambda$ .

a frecuencias de entre 250 y 980 Hz. La longitud de onda del sonido para tales frecuencias varía entre 1,4 m y 25 cm. Pero éste es precisamente el tamaño típico de numerosos objetos presentes en una sala de conciertos. De lo anterior se deduce que para las frecuencias típicas que se escuchan durante una representación musical, la difracción del sonido alrededor de las cabezas del público, de las butacas y de cualquier otro objeto de tamaño de entre unos 10 cm y 4 m, es una de las importantes formas en que el sonido llega al

oyente y a los últimos rincones de la sala.

Otra manifestación interesante de la difracción y reflexión del sonido la podemos observar en el sistema auditivo de los murciélagos. Un murciélago, como sabemos, se orienta usando el principio del sonar, es decir, emitiendo sonido que luego detecta cuando éste es reflejado por los objetos que lo rodean. Para el murciélago es de vital importancia minimizar la difracción, ya que de lo contrario el sonido se difunde en todas direcciones, sin generar una clara onda reflejada que se propague en línea recta, lo que le imposibilitaría examinar su entorno. Por esta razón, el sistema de sonar del murciélago ha evolucionado hacia el uso del ultrasonido. Para un sonido de 60.000 Hz, la longitud de onda del sonido es de unos 6 mm, lo que le permite al murciélago detectar sin mayores problemas, objetos de tamaño lineal del orden o mayores que 1 cm.

## 2.5 Refracción del sonido

Una onda también deja de propagarse en forma recta cuando debe atravesar medios de distintas densidades. La luz, por ejemplo, que también es un fenómeno ondulatorio, al pasar del aire al agua se “quiebra” (cambia bruscamente de dirección), hecho que es fácil de demostrar con un lápiz semi-sumergido en forma inclinada en un vaso de agua. A este fenómeno se lo conoce por *refracción*.

Para el caso de la luz, la refracción se puede entender si se postula que, entre dos puntos, ella no se propaga a lo largo del camino más corto (la línea recta que los une), sino a lo largo del camino en que la onda tarda menos en su travesía. Ilustramos lo anterior, conocido en

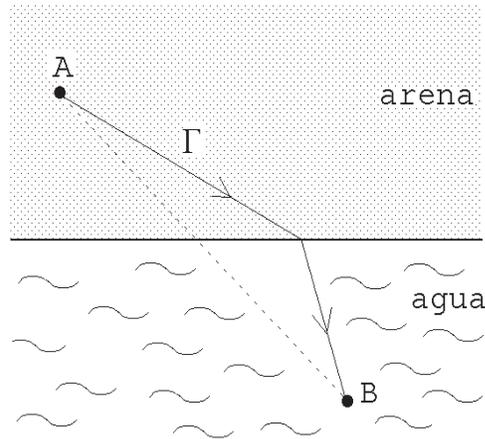


Figura 2.8: Ejemplo usado para ilustrar el principio de Fermat.

la literatura científica como el *Principio de Fermat*, con el siguiente ejemplo: considere un salvavidas *A* en una playa, que debe socorrer a una persona *B* (ver figura 2.8). Para llegar lo antes posible, y debido a que puede correr más rápido de lo que puede nadar, el salvavidas no usará el camino más corto, sino más bien un trayecto como el que hemos designado con la letra griega  $\Gamma$ . Lo mismo ocurre con la luz: al propagarse entre dos puntos seguirá la trayectoria que implique tardar el menor tiempo posible. En general, cuando la velocidad de propagación no es uniforme, la luz no se propagará en línea recta. Por ejemplo, debido a la refracción, en la figura 2.9, la luz que emana del punto *P*, para un observador fuera del agua parecerá provenir del punto *Q*.

No siempre es necesario cambiar de medio para observar refracción de ondas. En un caluroso día de verano, el aire que se encuentra algunos centímetros sobre la capa de asfalto de una calle llegará a tener una temperatura varios grados mayor que el de algunos metros más arriba. Esto, junto con el hecho de que la luz se

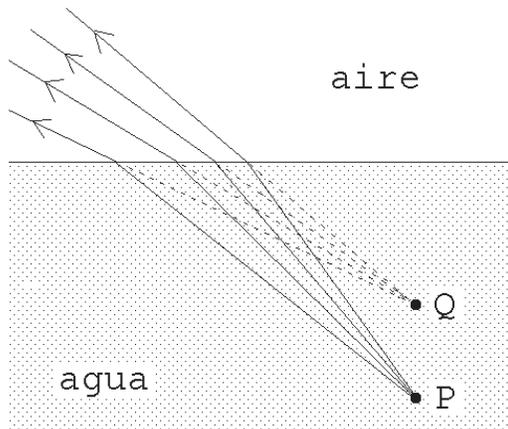


Figura 2.9: Refracción de la luz al pasar del aire al agua.

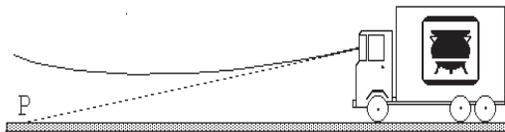


Figura 2.10: Refracción de la luz sobre una calle asfaltada durante un día soleado y caluroso. En lugar de observar el punto P del pavimento se observa la luz que proviene del cielo.

propaga más rápidamente en el aire menos denso (más caliente), puede generar varios fenómenos interesantes, ya que el medio deja de ser uniforme en lo que a la velocidad de propagación de la luz se refiere. Como consecuencia de ello, los rayos de luz ya no avanzarán en línea recta y se observarán *espejismos*. En una carretera, al fijar nuestra vista sobre el asfalto que queda cierta distancia más adelante, éste parecerá estar mojado. En ese caso, lo que realmente se está percibiendo, debido a la refracción, es luz del cielo (ver figura 2.10).

Volvamos a los fenómenos sonoros.

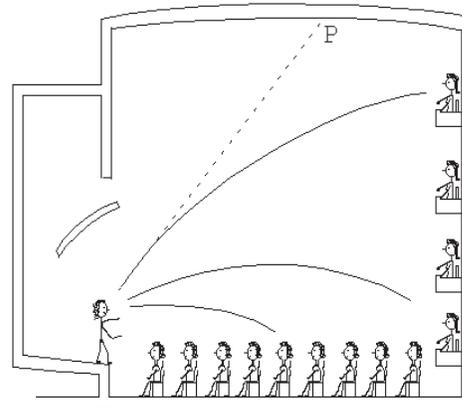


Figura 2.11: Refracción del sonido en una sala de conciertos. El sonido, que en ausencia del fenómeno de refracción se hubiese propagado hacia el punto P, debido al gradiente de temperatura existente en la sala llega como sonido directo a la galería.

En el capítulo 1 se mencionó que la velocidad de propagación del sonido depende de la temperatura atmosférica. Igual que en el caso de la luz, si la temperatura del aire no es uniforme, el sonido se refracta. Si bien estos efectos para el sonido no son muy espectaculares, sí es posible observarlos. En un lago, la temperatura del aire en la vecindad del agua, siempre es algo menor que algunos metros por encima. Esto hace que el sonido se propague a lo largo de trayectorias que vuelven a dirigir el sonido hacia el agua y explica por qué a veces, estando en un bote, se pueda escuchar tan bien una conversación que ocurre en otro bote lejano.

En una sala de conciertos, la mayor temperatura que generalmente hay en la galería respecto a la platea favorece la propagación del sonido hacia el público (figura 2.11).

## 2.6 Superposición

La validez del *Principio de Superposición* es otra característica típica de los fenómenos ondulatorios: es la propiedad que tienen las ondas de sobreponerse y entrecruzarse.

Volviendo a la figura 2.1, en la región vecina a la pared de la piscina se tienen olas que avanzan en dos direcciones distintas. Al sobreponerse las olas, el desplazamiento de la superficie del agua en un lugar es igual a la suma de los desplazamientos que en ese lugar genera, independientemente, cada una de las olas.

Las ondas se superponen sin modificarse mutuamente, o sea, sin perder su identidad; una vez que dejan de sobreponerse, cada ola continúa su viaje como si la otra no hubiera existido. Esta es una propiedad notable que presentan los fenómenos ondulatorios —las olas superficiales en líquidos, el sonido, la luz, etc.

Es obvio que los objetos materiales no poseen esta propiedad; al tratar dos automóviles de ocupar simultáneamente el mismo lugar en el espacio se produce una colisión, después de la cual no se tienen dos automóviles siguiendo su marcha como si nada hubiera sucedido —en tal caso no se necesitarían semáforos— sino, como es bien sabido, un montón de hierros retorcidos.

Que las ondas se sobrepongan sin modificarse mutuamente permite escuchar simultáneamente varias fuentes sonoras a la vez, sin que ellas pierdan su identidad.

El principio de superposición también se puede observar en ondas o pulsos que se propagan a lo largo de una cuerda. En la figura 2.12 se muestra cómo se deforma una cuerda tensa en presencia de dos perturbaciones que se mueven en di-

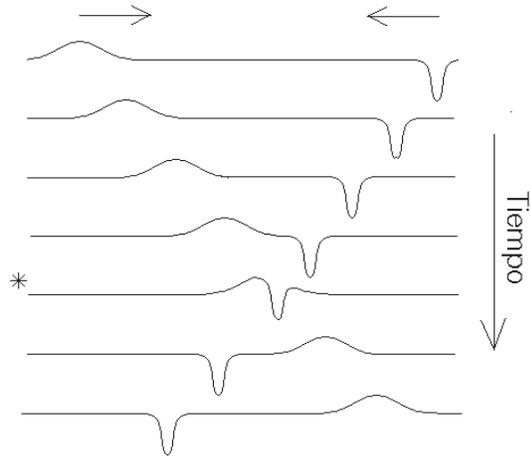


Figura 2.12: Deformación de una cuerda tensa producida por dos pulsos que se cruzan.

recciones opuestas. Al sobreponerse los dos pulsos (lo que ocurre en la figura en el instante marcado con un asterisco), el desplazamiento de la cuerda es igual a la suma de las perturbaciones individuales.

Matemáticamente, el principio de superposición se representa por una simple suma. Supongamos que las variaciones de la presión producidas sobre nuestro tímpano por el sonido de dos cuerdas de guitarra vienen dadas por

$$\Delta p_1(t) = A_1 \cos(2\pi\nu_1 t)$$

y

$$\Delta p_2(t) = A_2 \cos(2\pi\nu_2 t),$$

respectivamente, si cada cuerda es pulsada por separado <sup>4</sup>. Cuando las dos cuerdas se pulsán simultáneamente, la variación de la presión sobre el tímpano será la suma de ambas perturbaciones, es

<sup>4</sup>Es usual emplear la letra griega  $\Delta$  (delta) para designar diferencias o variaciones de alguna magnitud física; en este caso  $\Delta p$  representa la variación de la presión respecto a la presión normal.

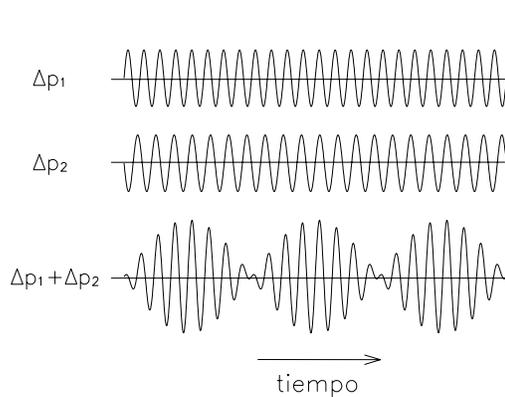


Figura 2.13: Suma de dos ondas que tienen casi la misma amplitud y frecuencia. El resultado es una onda con pulsaciones.

decir:

$$\Delta p(t) = A_1 \cos(2\pi\nu_1 t) + A_2 \cos(2\pi\nu_2 t).$$

El principio de superposición permite entender un fenómeno interesante. En la figura 2.13 se muestra la representación gráfica de la presión de dos sonidos que tienen la misma amplitud y casi la misma frecuencia (situación que se presenta a menudo al afinar un piano o una guitarra). ¿Cómo percibe el oído el sonido de ambas cuerdas pulsadas simultáneamente? De acuerdo al principio de superposición, debemos sumar ambas perturbaciones.

También se muestra tal suma en la figura (resultado que se puede obtener gráficamente sumando simplemente las dos curvas anteriores). Observamos que la suma consiste en oscilaciones con esencialmente la misma frecuencia que las ondas originales, moduladas por una oscilación de frecuencia mucho menor. La amplitud de la onda-suma no es constante, sino que varía periódicamente<sup>5</sup>. Como se puede apreciar en la figura, será

<sup>5</sup>En el apéndice se muestra que la suma de ambas ondas consiste en rápidas oscilaciones con

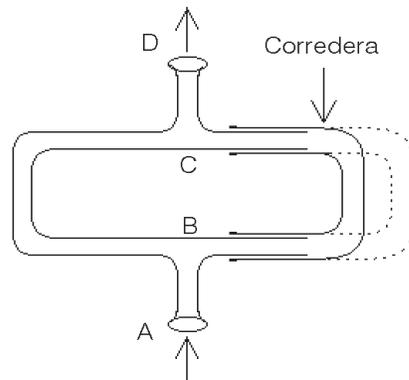


Figura 2.14: Esquema de un trombón de König.

máxima cuando coincidan máximos del mismo signo, y mínima (nula) cuando coincidan máximos de signo contrario.

Estas variaciones de amplitud de la onda-suma originan una variación en la intensidad del sonido que es fácil percibir y se conoce con el nombre de *pulsaciones* o *batimientos*. Al afinar una guitarra, dos cuerdas estarán bien afinadas si al hacer sonar con ellas simultáneamente una misma nota, no se escuchan pulsaciones. Si, por ejemplo, se perciben pulsaciones de 2 Hz, será porque la frecuencia de las dos cuerdas difieren en esa magnitud.

El así llamado *trombón de König* (véase la figura 2.14) permite demostrar la superposición de ondas en forma impactante.

La idea es la siguiente: en el extremo A se inyecta un tono (generado por algún medio externo) que luego se bifurca en B, se propaga por dos tubos en forma de U, para volver a juntarse en C y emerger por el extremo D. La longitud de uno de los trayectos en U se puede variar recu-

— frecuencia  $\nu = (\nu_1 + \nu_2)/2$ , cuya amplitud resulta modulada por una frecuencia mucho más lenta, igual a  $(\nu_2 - \nu_1)$ .

rriendo al mismo mecanismo de *correderas* usado en los trombones. Si las longitudes de ambos recorridos son iguales, entonces en  $C$  siempre coincidirán máximos con máximos y mínimos con mínimos, y en  $D$  emergerá un sonido intenso. Sin embargo, al variar uno de los caminos en  $U$  de manera que su longitud sea media longitud de onda mayor que la del otro, en  $C$  coincidirán el máximo de presión del sonido que se propagó por un lado con el mínimo de presión del sonido que se propagó por el otro. Según el principio de superposición, la presión en  $D$  es igual a la suma de las presiones generadas por el sonido que se propaga por ambos trayectos. Por lo tanto, si el largo de los dos caminos difiere en media longitud de onda, no habrá variaciones en la presión en  $D$ , es decir, no emergerá sonido del instru-

mento: el sonido propagado por una de las “Ues” es cancelado exactamente por el sonido que se propaga por la otra  $U$ . Esto se verifica experimentalmente. Notemos que, como subproducto de este experimento, el trombón de König permite determinar la longitud de onda del sonido.

El principio de superposición tiene una enorme importancia en el estudio de la música y de los instrumentos musicales. Como veremos, tiene un papel preponderante en la caracterización del timbre de un sonido (tema que se analizará en detalle en el siguiente capítulo), y también es fundamental para comprender el origen de las *ondas estacionarias* que, de una u otra manera, están presentes en casi todos los instrumentos musicales.

# Capítulo 3

## Armónicos, timbres y escalas musicales

Una de las características de un tono que aún no hemos abordado es el *timbre*, la propiedad que permite distinguir, por ejemplo, entre una nota tocada por una flauta y la misma nota ejecutada por un violín. Para referirse al timbre de un sonido, a veces uno también usa los términos *color*, *textura* o *calidad*.

El análisis de este aspecto de los sonidos es el objetivo principal del presente capítulo. Para poder dar una explicación que no sea superficial debemos estudiar primero los modos normales de oscilación de una cuerda e introducir la noción de armónicos.

Por estar relacionados con lo anterior, veremos también en el presente capítulo otros conceptos de interés, a saber: consonancia, disonancia, intervalo y escalas musicales.

### 3.1 Modos de oscilación de una cuerda

Consideremos una cuerda bajo tensión que tiene ambos extremos fijos, por ejemplo, una sogá gruesa y larga, con un extremo fijado a una pared y el otro sujeto en forma tirante por una persona (ver figura 3.1). Moviendo la mano es posible

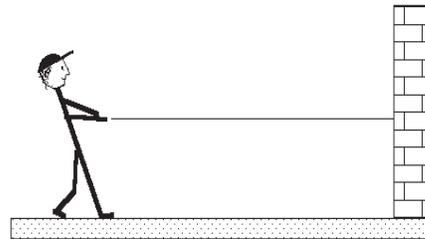


Figura 3.1: Cuerda bajo tensión.

inducir en la cuerda varios tipos de movimientos. Por ejemplo, sacudiendo velozmente el extremo una sola vez, podemos generar una *onda solitaria* (ver figura 3.2). Tal onda se propaga a lo largo de la cuerda hasta llegar a la pared, donde se refleja desplazándose ahora en sentido opuesto. Notemos que, al reflejarse, la onda solitaria cambia también el sentido al que apunta su lóbulo.

La velocidad con que se propaga la perturbación a lo largo de la cuerda viene dada por

$$v = \sqrt{\frac{\tau}{\rho}}, \quad (3.1)$$

donde  $\rho$  y  $\tau$  representan la densidad lineal (masa por unidad de longitud) y la tensión de la cuerda, respectivamente. Vemos que, a mayor tensión, la velocidad de desplazamiento de la onda solitaria au-

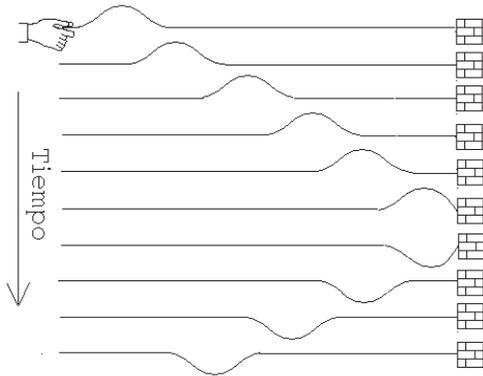


Figura 3.2: Desplazamiento de una onda solitaria a lo largo de una cuerda. Al llegar a la muralla, la onda se refleja invertida.

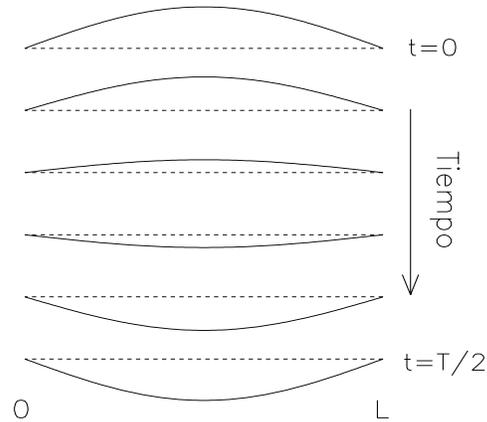


Figura 3.3: Oscilación de una cuerda en su primer modo normal (o modo fundamental).

menta. Lo contrario ocurre al aumentar su densidad lineal, en cuyo caso la velocidad de propagación disminuye.

De mayor interés para los propósitos de este libro son otros tipos de movimientos que podemos inducir en la cuerda, llamados *modos normales de oscilación*. Al sacudir la mano que sujeta la soga en forma oscilatoria y con una cierta frecuencia  $\nu_1$  bien determinada, podemos lograr que la cuerda realice un movimiento oscilatorio como el mostrado en la figura 3.3; la cuerda sube y baja periódicamente. Al duplicar ahora la frecuencia del movimiento a  $2\nu_1$ , la cuerda oscilará como se muestra en la figura 3.4. Lo característico de este segundo modo de oscilación es que el centro de la cuerda siempre está en reposo, separándola en dos partes que se mueven en sentidos opuestos. Estos lugares que se mantienen quietos a medida que transcurre el tiempo se denominan *nodos*. Podemos continuar: al triplicar, cuadruplicar, etc. la frecuencia  $\nu_1$  con que inducimos las oscilaciones de la soga, obtenemos los modos de oscilación mostrados en la figura 3.5.

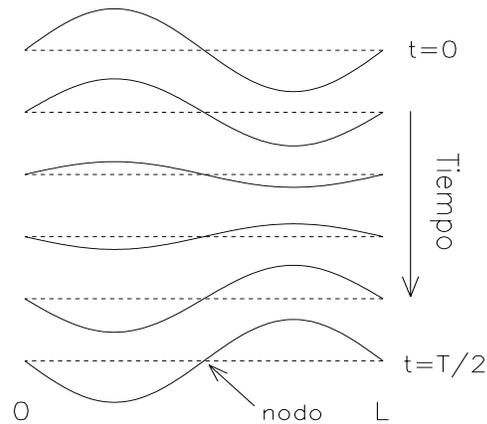


Figura 3.4: Oscilación de una cuerda en su segundo modo normal.

Las frecuencias de estos distintos *modos normales de oscilación* de la cuerda son siempre múltiplos enteros de la frecuencia fundamental  $\nu_1$ , es decir,

$$\nu_n = n \nu_1, \quad (3.2)$$

siendo  $n$  un entero positivo. Al intentar inducir oscilaciones con frecuencias distintas a las dadas por la última ecuación,

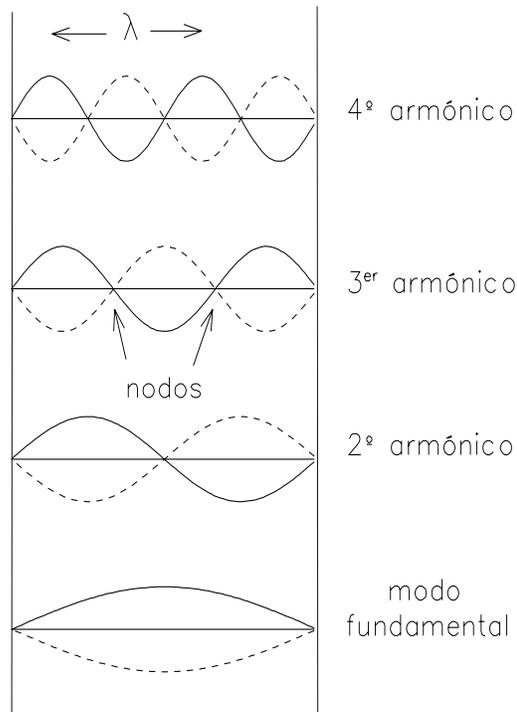


Figura 3.5: Modos normales (armónicos) posibles en una cuerda tensa con extremos fijos.

no se obtiene como respuesta un movimiento regular y periódico de la cuerda; sólo para las frecuencias dadas por la ecuación (3.2) aparece un movimiento regular y estable.

A las frecuencias que son múltiplos enteros de una frecuencia  $\nu$  se las conoce por *armónicos* de  $\nu$ . Así,  $\nu_2 = 2\nu_1$  es el segundo armónico de  $\nu_1$ ;  $\nu_3 = 3\nu_1$  el tercero, etc. Para el caso de la cuerda de largo  $L$  con extremos fijos, las frecuencias de los distintos modos normales de oscilación coinciden con las de los armónicos de la frecuencia del modo fundamental. Por esta razón es frecuente referirse a los modos normales directamente como *los armónicos* de la cuerda. Sin embargo, esta equivalencia no tiene validez general; en otros sistemas, las frecuencias de los

modos normales de oscilación no coinciden necesariamente con los armónicos del modo fundamental.

Nótese que la cuerda, cuando está oscilando en su modo fundamental, no posee nodos. Si el movimiento corresponde al segundo modo normal (o segundo armónico), tendrá un nodo; para el tercer modo normal, dos, y, en general, para el *enésimo* armónico, la cuerda poseerá  $n - 1$  nodos equidistantes.

Denotemos por  $\lambda/2$  la distancia entre dos nodos sucesivos; de esta manera, la distancia que separa a dos máximos sucesivos es  $\lambda$  (ver figura 3.5). De esta figura también resulta que, cuando la cuerda oscila en su *enésimo* modo, la *longitud de onda*  $\lambda_n$  es

$$\lambda_n = \frac{2L}{n} . \quad (3.3)$$

La relación entre la frecuencia y la longitud de onda es idéntica a la que encontramos en el capítulo 1 para las ondas sonoras<sup>1</sup>:

$$\nu = \frac{v}{\lambda} . \quad (3.4)$$

Con la ayuda de esta ecuación podemos obtener una expresión que dé la frecuencia  $\nu_1$  del modo fundamental (1º armónico). Para ello sustituimos en la última ecuación el valor que obtenemos para  $\lambda$  de la ecuación (3.3) con  $n = 1$  y  $v$  dada por la ecuación (3.1). De esta manera se obtiene

$$\nu_1 = \frac{1}{2L} \sqrt{\frac{\tau}{\rho}} . \quad (3.5)$$

<sup>1</sup> Los modos normales de oscilación se conocen también por *ondas estacionarias*. En el apéndice se muestra explícitamente que las ondas estacionarias se generan superponiendo dos *trenes de ondas* que se propagan en direcciones contrarias, y que la relación entre frecuencia, velocidad de propagación y longitud de onda es la misma que la de las ondas viajeras.

Esta relación enseña detalladamente cómo la frecuencia  $\nu_1$  depende de los distintos parámetros físicos de la cuerda. Deducimos que, al aumentar la tensión, aumenta la frecuencia con que ella oscila y, por consiguiente, la del sonido que emite. También se deduce que, al tener dos cuerdas del mismo largo y tensadas con la misma fuerza, la cuerda más gruesa (de mayor densidad lineal  $\rho$ ) generará un sonido más grave que la más delgada. Por último, al acortar una cuerda tensada (lo que, en el caso de la guitarra, se realiza presionando con los dedos la cuerda contra los trastes), la frecuencia del sonido aumenta, haciéndose éste más agudo. Las conclusiones anteriores, resumidas en la ecuación (3.5), se conocen con el nombre de *leyes de Mersenne*.

### 3.2 Superposición de armónicos

En la sección anterior vimos que una cuerda puede moverse (oscilar), en forma regular, de distintas maneras (los distintos armónicos). Sin embargo, no son éstos los únicos movimientos posibles. De acuerdo con el principio de superposición, un movimiento de la cuerda en el que estén presentes varios armónicos también es posible.

De hecho, al pulsar, por ejemplo, una cuerda de guitarra, el movimiento resultante no corresponderá al asociado a un armónico puro, sino que siempre será el resultado de una *superposición* de numerosos armónicos.

Ilustramos una suma de armónicos en la figura 3.6, para el caso particular de una cuerda que oscila simultáneamente en el estado fundamental y el quinto armónico.

Notemos que:

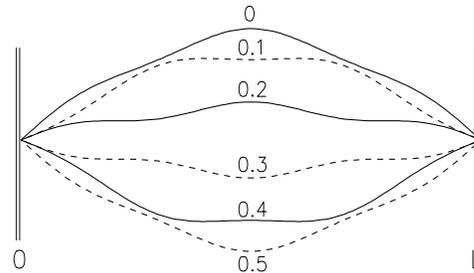


Figura 3.6: Cuerda oscilando en una superposición del estado fundamental y del quinto armónico. Se muestra la deformación de la cuerda para seis instantes entre  $t = 0$  y  $t = T/2$ , en incrementos de un décimo de período.

1. Para todos los armónicos de una cuerda (con extremos fijos), el desplazamiento de la cuerda en los extremos es nulo; por consiguiente, también lo será para cualquier suma de ellos.
2. Al sumar movimientos que tienen frecuencias que son múltiplos enteros de una frecuencia  $\nu_1$ , el movimiento resultante será necesariamente periódico, con un período  $T = 1/\nu_1$ . Por ejemplo, consideremos las manecillas de un reloj. El puntero horario tiene una frecuencia  $\nu_1 = 2$  por día (es decir, repite una posición particular 2 veces por día). El minutero tiene una frecuencia de giro 12 veces mayor, mientras que el segundero, a su vez, gira 60 veces más rápido que el minutero. Al observar ahora el movimiento completo de los tres punteros, observamos que una configuración particular de ellos se repite sólo una vez cada 12 horas, o sea, el conjunto de los tres punteros posee la frecuencia fundamental  $\nu_1$ .

De la observación anterior deducimos que si el movimiento de una cuerda consiste en una superposición de varios armónicos, entonces seguirá teniendo la frecuencia del armónico fundamental.

Volvamos nuevamente a la cuerda oscilante con extremos fijos. Como ella está rodeada por aire, su movimiento inducirá variaciones en la densidad del aire que la circunda. Si la cuerda oscila en forma periódica, entonces también la perturbación inducida en la densidad del aire tendrá esa periodicidad, dando origen a un *tono*. Si el movimiento de la cuerda corresponde a un único armónico, es decir, coincide con alguna de las curvas sinusoidales mostradas en la figura 3.5, entonces las variaciones inducidas en la presión atmosférica también serán sinusoidales, correspondiendo el sonido a un tono simple.

Ahora, si la cuerda oscila en una superposición de varios armónicos, las variaciones de la presión atmosférica inducidas en su entorno también consistirán en una superposición de varias componentes sinusoidales (como, por ejemplo, el tono representado en la figura 1.6). De acuerdo con lo que ya sabemos, la frecuencia del tono compuesto así generado seguirá coincidiendo con la del modo fundamental de la cuerda.

Debido a la importancia de los resultados anteriores, los reiteramos:

*Aun cuando el movimiento de una cuerda se deba a una suma de distintos modos de oscilación (de frecuencias  $\nu_1$ ,  $2\nu_1$ ,  $3\nu_1$ ,  $4\nu_1$ , etc.), el movimiento resultante tendrá la frecuencia  $\nu_1$ , siendo, por consiguiente, también ésa la frecuencia del tono generado por ella.*

### 3.3 Descomposición espectral de un tono

¿Será posible invertir la argumentación anterior? Al observar un movimiento periódico complejo, ¿podrá descomponerse el movimiento en una suma de movimientos más simples?

En el ejemplo del reloj presentado anteriormente, esto es posible. En un reloj, las manecillas cambian continuamente su configuración, repitiendo una configuración en particular cada 12 horas. La descripción de las distintas configuraciones que pueden tener los tres punteros parece ser, a primera vista, complicada. Sin embargo, al descubrir que cada puntero, en forma independiente de los demás, recorre un simple movimiento rotacional uniforme, la descripción de las configuraciones se torna simple. De esa manera, el complejo movimiento de las manecillas del reloj se descompone en una armonía de tres movimientos simples.

Lo interesante es que también es posible realizar algo análogo para cualquier fenómeno periódico, sea éste el movimiento de una cuerda o la evolución temporal de la variación de la presión del aire en presencia de un tono. Este hecho notable fue descubierto por Jean Baptiste Fourier (1768–1830) y formalizado en un teorema.

Esta *descomposición de Fourier* es precisamente lo opuesto a lo realizado en la sección anterior. Allí tomamos varios armónicos de una onda con frecuencia fundamental  $\nu_1$ , y los sumamos para generar una onda compuesta (que, por supuesto, sigue siendo periódica con período  $T = 1/\nu_1$ ). En la presente sección se parte de una onda periódica de período  $T = 1/\nu_1$ , para luego descomponerla en una suma de armónicos.

Será de gran utilidad para la mejor comprensión de las secciones que siguen mostrar explícitamente algunos ejemplos concretos. En la figura 3.7 se presenta la descomposición espectral de seis tonos compuestos. En cada caso, en la parte superior se despliegan las variaciones de la presión (en función del tiempo) generadas por los tonos. En la parte inferior de cada figura se da su descomposición en armónicos. En todos los casos se grafica la función original sobre un intervalo temporal que abarca cuatro períodos completos. Para simplificar la explicación nos hemos restringido a mostrar ejemplos para los cuales la función es una superposición de, a lo sumo, los cuatro primeros armónicos. Al lado derecho de cada uno de los armónicos, se indica la amplitud con que contribuye al tono original.

Obviamente, las figuras incluidas en 3.7 se pueden interpretar también desde un punto de vista inverso: en su mitad inferior se muestran diversas ondas armónicas de una frecuencia fundamental  $\nu$ , que, luego de sobrepuestas dan origen a la “onda suma” (o tono compuesto) mostrada en la parte superior.

De estas figuras —interpretando al tono compuesto mostrado en la parte superior como la suma de los distintos armónicos presentados en la parte inferior— podemos deducir algunos resultados interesantes:

- El tono compuesto resultante de la superposición de los armónicos es siempre un tono cuya frecuencia coincide con la del primer armónico (ambos tienen la misma periodicidad). Lo anterior es incluso cierto cuando el 1<sup>er</sup> armónico está ausente, es decir, cuando contribuye con una amplitud nula.
- Las amplitudes de los distintos armónicos mostrados en las figuras (d), (e) y (f) son iguales para los tres casos. A pesar de ello, la superposición da origen a tonos compuestos que en los tres casos tienen una evolución temporal bastante distinta. La diferencia entre los tres ejemplos radica en que el segundo armónico se ha desplazado, en la figura (e), en  $1/4$  de longitud de onda y, en la figura (f), en media longitud de onda respecto al caso mostrado en la figura (d). O sea, la onda suma no sólo depende de la amplitud<sup>2</sup> de los distintos armónicos, sino también del corrimiento (en el lenguaje técnico, la *fase*) con que se suman las diversas componentes armónicas.

### 3.4 Timbre

Estamos ahora en condiciones de comprender el origen del timbre de los sonidos. Como ya hemos mencionado, el timbre es la propiedad de un tono que permite distinguirlo de otros tonos de la misma altura, intensidad y duración —por ejemplo, el *La* concertino ejecutado por un violín, una flauta travesa y un oboe.

#### Descomposición espectral de un sonido

Dejemos de lado, por un momento, la evolución temporal de la intensidad de los sonidos y concentrémonos en tonos que se escuchan en forma continua.

Los tonos compuestos mostrados en las figuras 3.7, por tener todos la misma frecuencia, los escuchamos como teniendo

<sup>2</sup>En este libro, el concepto “amplitud” se referirá al tamaño.

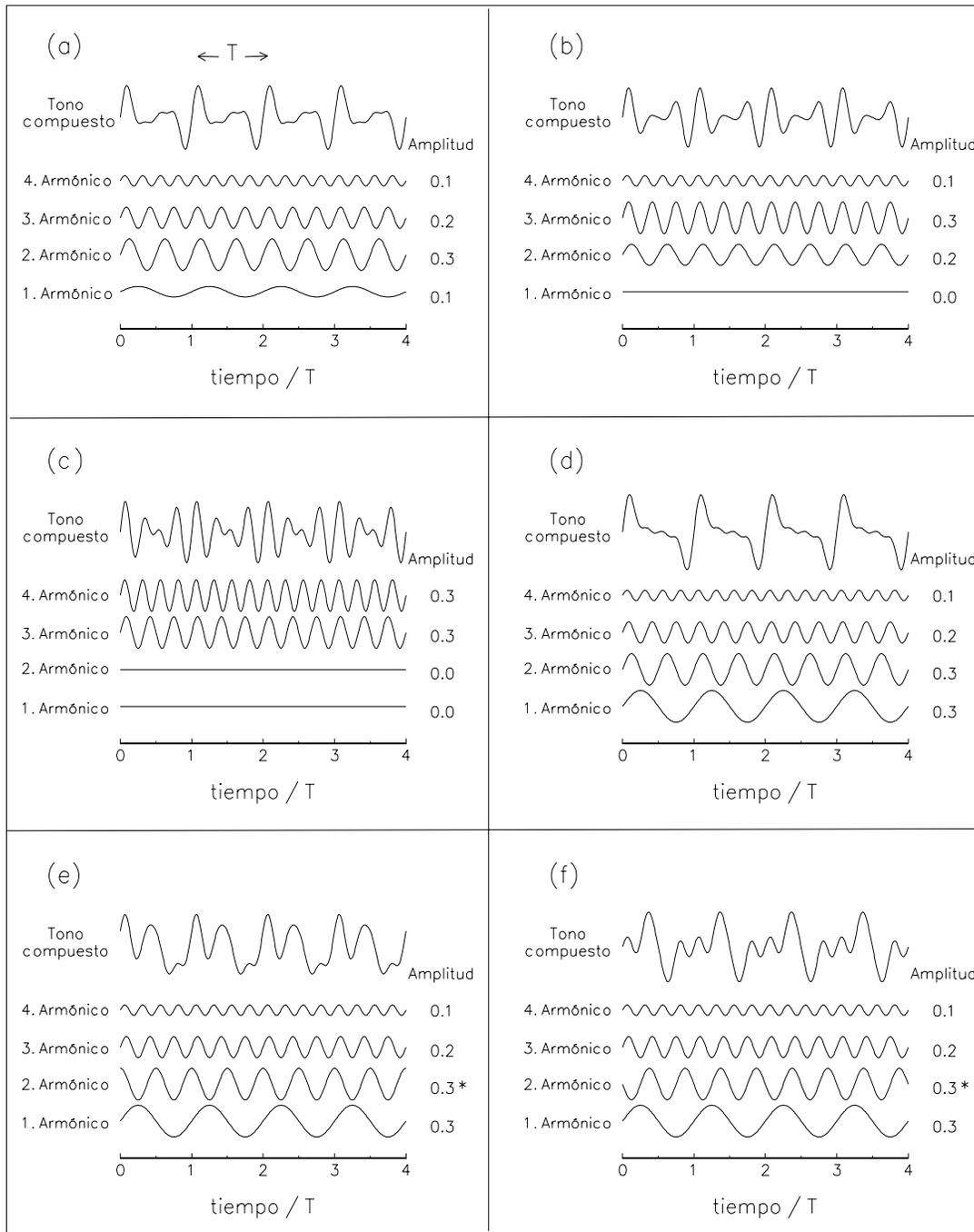


Figura 3.7: Descomposición espectral de varios tonos. Los tonos mostrados en (d), (e) y (f) se diferencian solamente en la “fase” del segundo armónico. El primer armónico es el modo de oscilación fundamental.

todos la misma altura. Sin embargo, no todos ellos tendrán el mismo *timbre*.

¿Cuál es la propiedad de un tono que permite que exista una amplia gama de timbres? La respuesta a esta interrogante fue descubierta por Hermann von Helmholtz (1821–1894):

*Para sonidos continuos, el timbre de un tono depende sólo de la amplitud de los distintos armónicos que lo componen.*

El oído es bastante sensible a la intensidad (o amplitud) de los distintos armónicos de un tono compuesto, siendo, por otra parte, esencialmente insensible a la fase (o “corrimiento”) con que ellos aparecen en su descomposición.

De acuerdo a este notable descubrimiento de von Helmholtz, deducimos que los tonos mostrados en las figuras 3.7 (a), (b), (c) y (d) tienen todos timbres distintos, pues, en su *descomposición espectral*, los distintos armónicos que los componen aparecen con intensidades distintas.

Sin embargo, los tonos mostrados en las figuras 3.7 (d), (e) y (f) suenan igual: el oído humano es incapaz de distinguirlos; los tres tonos mostrados en esas figuras tienen la misma frecuencia, intensidad y timbre. El hecho de que las sensaciones producidas por esos tres sonidos en las personas sean idénticas, no significa que realmente ellos lo sean también desde un punto de vista físico. En el laboratorio, con un buen micrófono y un osciloscopio, sería fácil distinguirlos.

Consideremos ahora las figuras 3.7 (b) y (c). En la descomposición espectral de estos tonos, los armónicos de orden más bajo están ausentes (tienen amplitud nula). A pesar de ello, el oído registra estos tonos como teniendo una

altura correspondiente a la frecuencia  $\nu$  (que es la frecuencia que muestra el tono suma). En el caso de la figura 3.7 (c), el armónico de más baja frecuencia que configura el tono tiene una frecuencia  $3\nu$  y, a pesar de ello, el tono compuesto se percibe teniendo la frecuencia  $\nu$ .

Destacamos nuevamente estos resultados:

*La elevación o altura de un tono resulta determinada sólo por su frecuencia  $\nu$ . Lo anterior sigue siendo válido aun cuando en la descomposición espectral del tono, el armónico fundamental de frecuencia  $\nu$  esté ausente.*

En la caracterización del timbre de un sonido continuo, lo único relevante para el oído humano son las amplitudes de los distintos armónicos de su descomposición espectral. Por esta razón, de aquí en adelante, en lugar de mostrar el comportamiento temporal de un tono compuesto, graficaremos sólo las amplitudes de los distintos armónicos que lo configuran.

La figura 3.8 muestra la amplitud de los armónicos de los seis tonos compuestos mostrados en las figuras 3.7.

¿Cuántos y cuáles son los armónicos más relevantes para la conformación del timbre de un tono? La respuesta a esta interrogante es: todos los que tengan intensidades no inferiores a 20 decibeles por debajo de la intensidad del armónico más intenso. Respecto a la frecuencia, los armónicos más importantes son los que tienen frecuencias menores que 3.000 Hz.

La nota más aguda en un piano corresponde al *Do* de 4.186 Hz. El segundo armónico de esa nota tiene una frecuencia de 8.372 Hz y es un tono extremadamente agudo; su tercer armónico —de

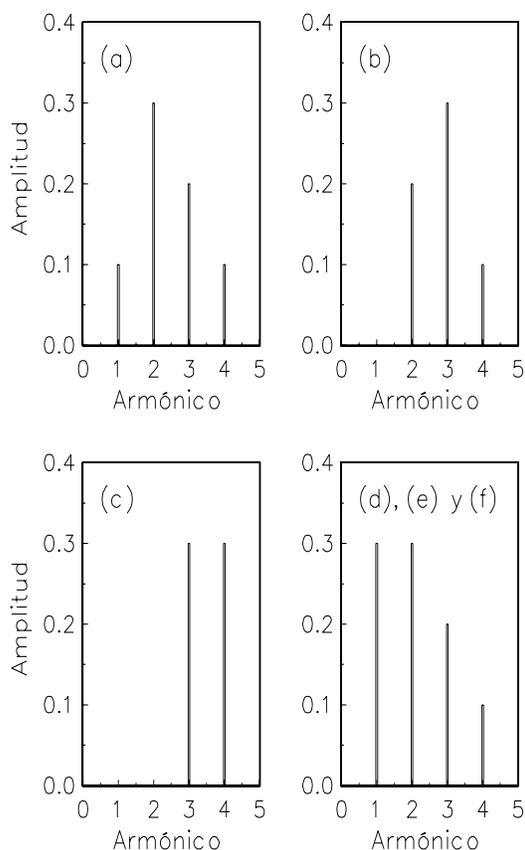


Figura 3.8: Amplitud de los armónicos de los tonos compuestos mostrados en las figuras incluidas en 3.7.

frecuencia  $\nu = 12.558$  Hz— es tan agudo, que personas de edad ya no lo escuchan, siendo escasa su influencia en la generación del timbre del tono. Notas muy agudas siempre poseen pocos armónicos en el rango auditivo del oído humano. Como consecuencia de ello, los tonos muy agudos tienen poca variabilidad de timbre. Para el oído humano, el sonido producido por los distintos instrumentos musicales se parece cada vez más, a medida que aumenta su frecuencia.

Lo contrario ocurre con los tonos gra-

ves. Con un analizador de Fourier<sup>3</sup>, por ejemplo, es posible determinar la intensidad de al menos 50 armónicos del *Mi* de 82,4 Hz emitido por un trombón. Este quincuagésimo armónico tiene una frecuencia de 4.120 Hz y está en la región de frecuencias para la cual la sensibilidad del oído es máxima. Por consiguiente, para tonos graves existe una amplia posibilidad de variar la intensidad de los distintos armónicos que los componen; los tonos graves despliegan una amplia variedad de timbres.

Como hemos dicho anteriormente, la intensidad con que percibimos un sonido depende del tamaño de las variaciones de la presión atmosférica que ponen en movimiento nuestro tímpano. En forma más precisa, en la sección 1.6 se dijo que la energía irradiada por una fuente sonora es proporcional al cuadrado del tamaño de las variaciones de la presión atmosférica por ella inducidas. Sin embargo, ésta no es la única magnitud de la que depende la energía sonora; tal como se podría sospechar, también depende de la frecuencia del sonido.

Se puede demostrar que la intensidad sonora de un armónico puro de frecuencia  $\nu$  y amplitud  $b$  es proporcional a  $(\nu b)^2$ . Este hecho —que la intensidad del sonido irradiado por un armónico depende del cuadrado de su frecuencia— tiene como consecuencia que aun pequeñas oscilaciones de armónicos de alta frecuencia pueden influir en forma perceptible en el timbre del sonido. Por ejemplo, si en una cuerda el décimo armónico genera una perturbación atmosférica cuya amplitud de oscilación es igual a la décima parte de la generada por el armónico fundamen-

<sup>3</sup>Un analizador de Fourier es un instrumento que mide la intensidad de los distintos armónicos presentes en un tono.

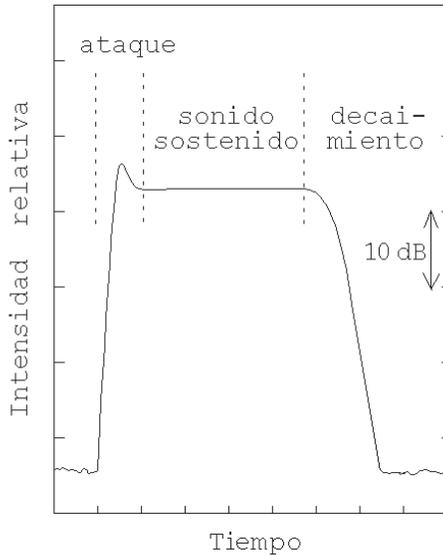


Figura 3.9: Desarrollo temporal de la intensidad de un sonido mostrando las tres etapas características.

tal, ambos armónicos irradiarán la misma energía sonora.

### Evolución temporal de un sonido

El otro aspecto de un sonido que participa en la conformación de su timbre es la variación temporal de su intensidad.

En la figura 3.9 se muestra esquemáticamente una evolución temporal típica de un sonido.

En los instrumentos de viento, los distintos armónicos no aparecen por arte de magia. Sólo después de muchas idas y venidas del sonido a lo largo de la columna de aire que existe en el interior del instrumento se presentan y se refuerzan los armónicos que terminamos por escuchar. Por lo mismo, el sonido precursor puede ser bastante distinto al que finalmente llegará a establecerse.

En el piano, la tabla sonora no co-

mienza a oscilar en el instante en que el macillo golpea la cuerda. Necesariamente deberá transcurrir cierto tiempo antes de que la cuerda transfiera a la tabla sonora la energía que le permita oscilar regularmente.

Existe entonces un lapso, que recibe el nombre de *ataque*, durante el cual las oscilaciones regulares terminan por establecerse.

El sonido emitido por un instrumento durante el ataque también incluye los ruidos anexos: en el piano, el ruido generado por el mecanismo que impulsa el macillo; en la flauta, el ruido causado por el flujo del aire; etc.

Volviendo a la figura 3.9, la etapa intermedia comprende el período en que el sonido suena establemente. Esto no significa que durante esa etapa su intensidad no pueda variar —en un violín, el músico podría acelerar el arco y de esa manera incrementar la sonoridad del instrumento.

El decaimiento del sonido indica cómo se desvanece cuando se apaga su fuente primaria —cuando el flautista deja de soplar, el pianista suelta la tecla, el guitarrista apaga la cuerda con la yema de su dedo, el timbalero apoya su mano en el parche, etc.

El ataque, el período de sonido sostenido y el decaimiento son características fundamentales que influyen en la percepción del timbre de un sonido. Si con un sintetizador de sonidos se desea emular el sonido de algún instrumento musical, es indispensable que no sólo se reproduzca la intensidad de los distintos armónicos, sino también la evolución temporal de su intensidad.

Concluimos esta sección analizando el comportamiento temporal del sonido emitido por algunos instrumentos.

En una trompeta, el tiempo de ataque varía entre 20 y 30 ms (milisegundos) para un “ataque duro”, siendo éste acompañado por un ruido explosivo de corta duración. También se puede iniciar el sonido con un “ataque suave”, en cuyo caso éste tarda entre 40 y 180 ms. El período de sonido estable puede tener una máxima duración de 7 a 41 segundos, dependiendo de su intensidad y frecuencia como también del estado físico del ejecutante. El tiempo de decaimiento es corto, del orden de unos 20 ms.

También en la flauta travesa el músico puede variar el tiempo de ataque dentro de cierto rango: en el registro grave, desde  $\sim 100$  ms, si se toca *staccato*, hasta 300 ms para un ataque suave (la flauta travesa, de todos los instrumentos de viento, es el que presenta el mayor tiempo de ataque). Para sonidos agudos, el tiempo de ataque disminuye considerablemente, pudiendo ser de sólo unos 30 ms. El período de sonido estable, de acuerdo a las circunstancias, puede durar a lo más entre 10 y 35 segundos. El tiempo de decaimiento, igual que en la trompeta, es corto.

En el violoncelo, al tocarlo *staccato*, los tiempos de ataque varían entre 60 y 100 ms. Con un ataque suave, estos tiempos pueden aumentar hasta 350 ms para los sonidos graves y 200 ms para los agudos. El tiempo de decaimiento, en este instrumento, depende de la intensidad: sonidos pianísimos (pp) tardan entre 50 y 200 ms en decaer; en sonidos fortísimos (ff), este tiempo aumenta, siendo de entre 400 y 1.000 ms.

Una experiencia sencilla que demuestra la importancia de la evolución temporal de un sonido en la caracterización de su timbre es la siguiente: grabar (en una cinta magnética o usando la tarjeta de so-

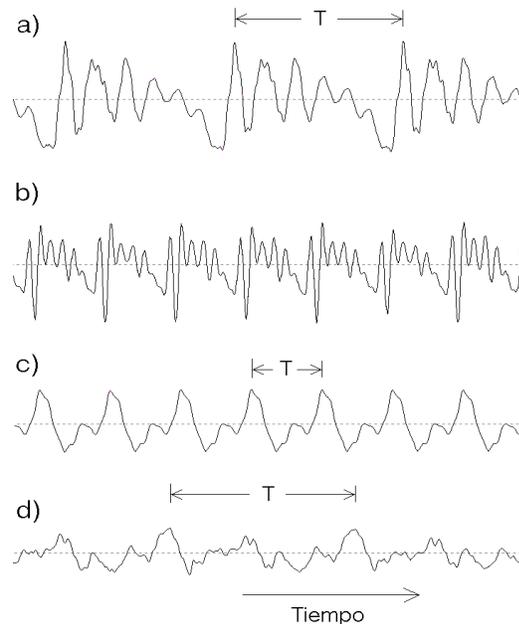


Figura 3.10: Variaciones de la presión atmosférica ejercidas por a) la voz de un bajo, b) la voz de una soprano, c) una flauta dulce y d) una guitarra. (La escala horizontal no es la misma para los cuatro sonidos mostrados.)

nido de un computador personal) algunos sonidos de un piano y reproducirlos en el sentido temporal contrario. Lo que se escuchará se parecerá más a los sonidos de una acordeón que a los de un piano.

### 3.5 Espectros sonoros de algunos sonidos

En esta sección mostraremos espectros sonoros de algunos sonidos y resumiremos, en gruesas líneas, las relaciones que se han podido establecer entre estos espectros y el timbre.

La figura 3.10 muestra las fluctuaciones de presión a medida que transcurre el tiempo de: a) un bajo cantando la vocal

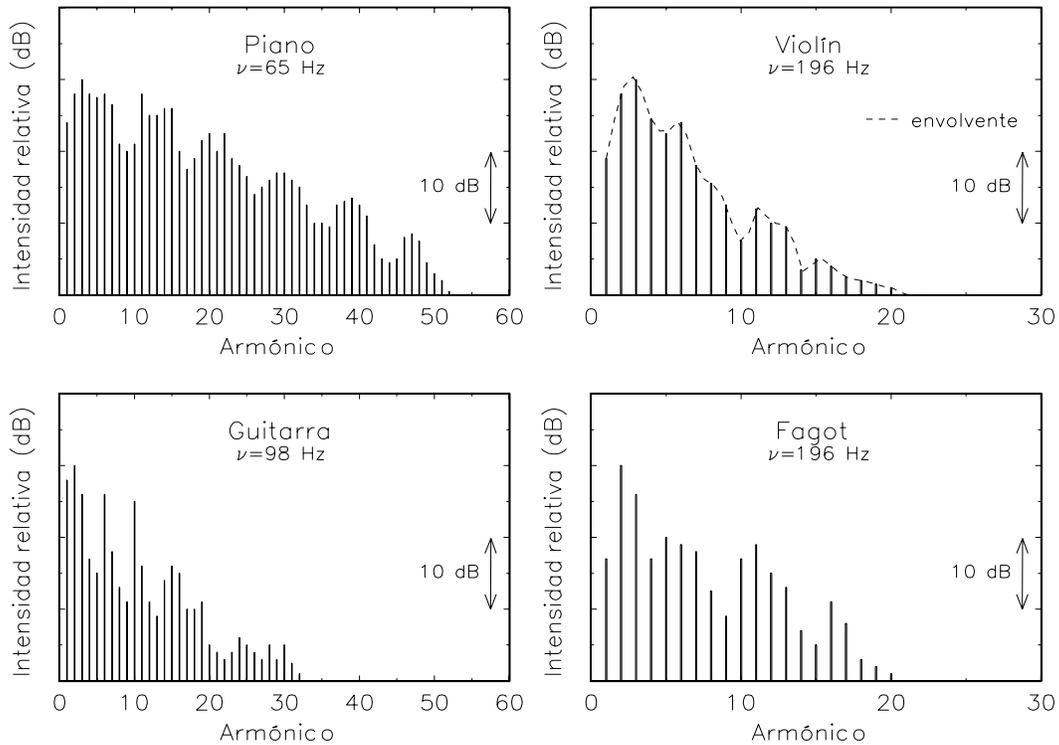


Figura 3.11: Descomposición espectral de sonidos de algunos instrumentos musicales.

“a” con una frecuencia de 125 Hz, b) una soprano cantando la vocal “e”, con una frecuencia de 500 Hz, c) una flauta dulce tocando el La de 440 Hz y d) la cuerda más grave de una guitarra (*Mi* de 84 Hz). Notemos que, tal como se esperaba, las fluctuaciones se repiten periódicamente.

Más interesantes (o al menos más relevantes) que los gráficos presión–tiempo son los diagramas que muestran la amplitud de los distintos armónicos de que está compuesto un tono. Los resultados de tal *análisis espectral* se muestran en la figura 3.11 para sonidos emitidos por algunos instrumentos musicales. El espectro de cada instrumento posee ciertos rasgos típicos. Por ejemplo, los instrumentos de cuerda pulsados y percutidos

(la guitarra, el clavecín, el arpa, el piano, etc.) siempre muestran en su espectro (a medida que varía el orden del armónico) una serie de máximos y mínimos espaciados en forma regular.

En el fagot, sobre todo para los sonidos graves, los primeros armónicos tienen una presencia débil, siendo los armónicos con frecuencias de entre 400 y 600 Hz los que aparecen con mayor intensidad<sup>4</sup>. Otra característica del fagot es que los armónicos que tienen frecuencias de alrededor de 1.600 Hz contribuyen débilmente al timbre del sonido.

El espectro de un sonido que emite

<sup>4</sup>Recordemos que la frecuencia del armónico  $n$  de un sonido es  $n\nu_1$ , donde  $\nu_1$  es la frecuencia del armónico fundamental y  $n$  es un entero positivo.

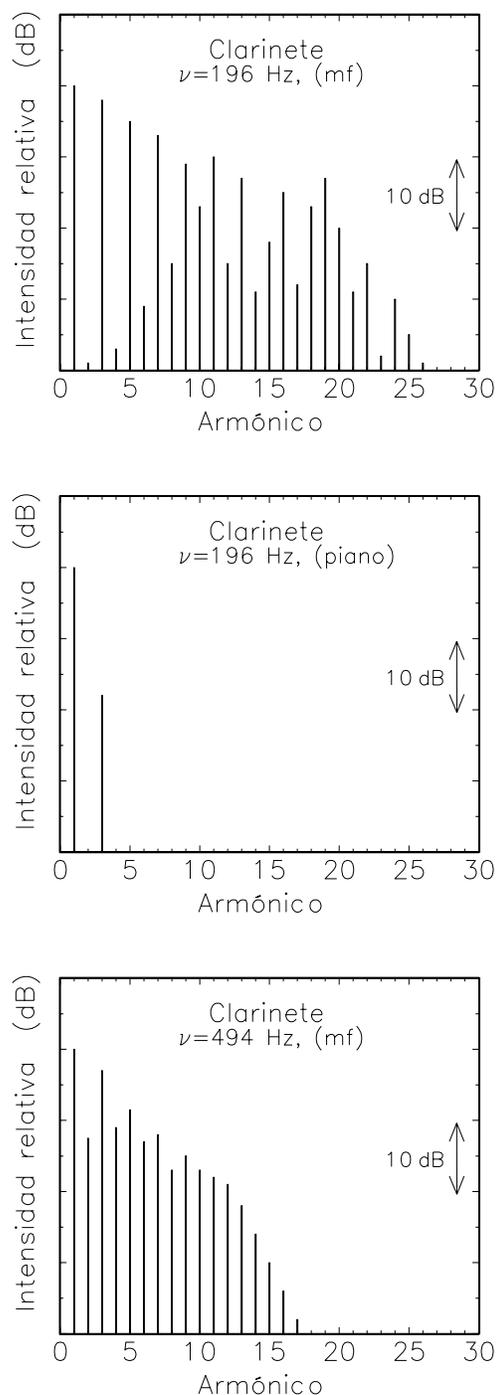


Figura 3.12: Descomposición espectral de algunos sonidos emitidos por un clarinete.

un instrumento, además de depender significativamente de su intensidad y frecuencia, depende de cómo el músico genera el sonido.

En la figura 3.12 se muestra el análisis de Fourier de algunos sonidos del clarinete. Lo característico del clarinete es el marcado predominio de los armónicos impares sobre los pares, sobre todo para los armónicos de orden menor. Notemos cómo el espectro cambia significativamente al variar la intensidad del sonido. Como norma general, al aumentar la intensidad del sonido de un instrumento, se incrementa el número de armónicos de orden alto. También hay un cambio importante en el espectro al variar la frecuencia del sonido. A medida que el sonido se hace más agudo, el número de armónicos disminuye.

La figura 3.13 muestra el análisis espectral para algunos sonidos del corno. Para sonidos *mezzoforte* (mf), el corno muestra un espectro de pocos armónicos, en los cuales domina el fundamental, decreciendo la intensidad de los demás en forma gradual y pareja; el resultado de esto es un sonido cálido, lleno y de gran dulzura (recordemos el *solo* de corno del 2º movimiento, *andante cantabile*, de la Quinta sinfonía de P. I. Tchaikowski). Al aumentar la intensidad del sonido, aparecen en el espectro armónicos de orden cada vez mayor, generando paulatinamente un sonido más metálico y brillante. En la figura 3.13 también se muestra cómo cambia la intensidad relativa de los distintos armónicos al taponar el corno (es decir, al introducir la mano en el pabellón del instrumento). Este proceso aminora la intensidad de los armónicos bajos e incrementa la intensidad de los armónicos altos, manifestándose en un sonido algo más nasal y cerrado.

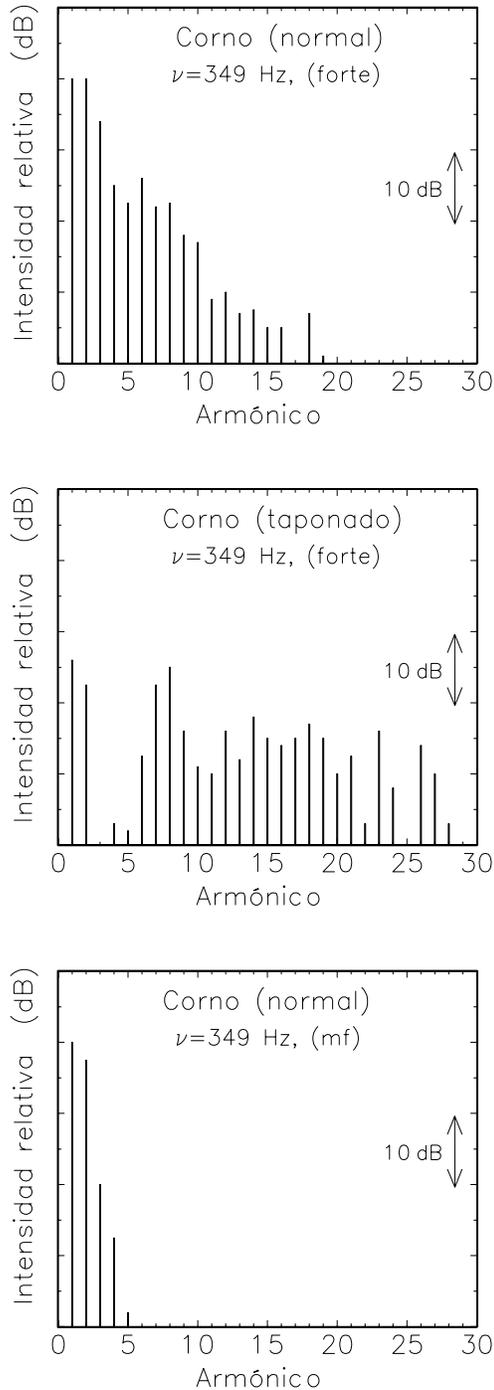


Figura 3.13: Descomposición espectral de algunos sonidos emitidos por un corno.

Deseamos hacer notar que los espectros que hemos mostrado en esta sección también dependen del instrumento. Por ejemplo, los espectros de sonidos, de la misma intensidad y frecuencia, emitidos por dos violines distintos, lo más probable es que muestren diferencias significativas. Por esta razón se debe centrar la atención en los grandes rasgos de los espectros.

Recurriendo a un lenguaje menos preciso, y no sin cierta subjetividad, podemos describir cómo afecta la intensidad de los distintos armónicos el timbre del sonido:

1. Tonos simples, que son los sonidos generados por un diapasón, sólo poseen el armónico fundamental. El sonido es suave y agradable, pero de poca presencia y musicalmente poco útil.
2. Tonos con armónicos hasta el quinto o sexto orden corresponden a sonidos mucho más ricos y más musicales, y generan un sonido que se puede calificar de *suave*, *cálido*, *lleno* y de gran *poesía*.
3. Sonidos con numerosos armónicos, pero en los que predominan los primeros 8, suenan *llenos*. Los armónicos de orden más alto contribuyen a darle *carácter* al sonido.
4. El predominio de armónicos de orden y frecuencia altos genera un sonido *metálico*.
5. La ausencia o débil presencia de armónicos pares genera un sonido *hueco* y *tapado*.
6. El predominio de los armónicos pares contribuye a un sonido *abierto* y *luminoso*.

7. El predominio de armónicos con frecuencias entre los 2.000 y 3.000 Hz genera un sonido *penetrante* y algo *nasal*.

### 3.6 Formantes

Al tocar con un instrumento un sonido fuerte o fortísimo, el espectro mostrará numerosas componentes, teniendo la línea envolvente que engloba la intensidad de los distintos armónicos<sup>5</sup>, varias crestas y valles (ver, por ejemplo, la descomposición espectral para el violín mostrado en la figura 3.11b). Lo interesante de esta envolvente es que las posiciones de sus crestas y valles se mantienen relativamente inalteradas cuando uno cambia de frecuencia, siendo, por consiguiente, una característica propia de cada instrumento, la cual contribuye a la determinación de su timbre.

El mismo fenómeno se observa en la voz humana. Si un cantante entona, subiendo y bajando la frecuencia, la vocal “a”, en el espectro de Fourier los armónicos de mayor intensidad serán los que tengan frecuencias de entre 800 y 1.200 Hz, independientemente de la altura del sonido. Al cambiar de vocal, el máximo de la envolvente cambia de frecuencia (ver figura 3.14).

Otro ejemplo: consideremos un barítono que entona una “i” con una frecuencia de 200 Hz (lo que corresponde a un sonido en el centro de su registro). En la descomposición espectral del sonido, los armónicos de orden 13 al 20, cuyas frecuencias cubren el intervalo que va desde los 2.600 a los 4.000 Hz, mostrarán una clara preeminencia.

<sup>5</sup>La envolvente es la línea que uniría las partes superiores de las barritas en las figuras 3.11, 3.12 y 3.13.

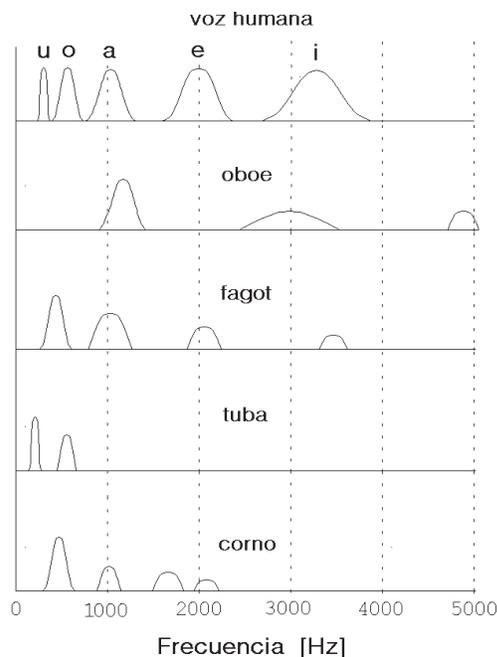


Figura 3.14: Se muestra esquemáticamente la posición de los formantes de varios instrumentos musicales y también el formante principal asociado a las vocales del idioma español.

Los picos (generalmente anchos) de la envolvente se denominan *formantes*. Existe cierta discusión sobre qué es más importante para la determinación del timbre de un instrumento musical, si la magnitud individual de cada armónico o bien las propiedades globales de los armónicos determinadas por los formantes.

Para el oboe, el formante principal aparece para frecuencias relativamente altas, de entre 1.000 y 1.400 Hz, teniendo dos formantes secundarios, para intervalos de frecuencias aún mayores: 2.500 – 3.500 Hz y 4.600 – 5.000 Hz. El sonido penetrante y algo melancólico del oboe (recordemos el tema del pato en *Pedro*

y el *Lobo* de Prokofieff), capaz de sobreponearse a toda una orquesta, se debe al hecho de que todos los formantes ocurren para frecuencias relativamente altas y a que no coinciden con las posiciones de los formantes de los otros instrumentos. El segundo formante, que aparece para frecuencias de entre 2.500 y 3.500 Hz, es responsable del sonido levemente nasal del instrumento. Para frecuencias graves, domina el formante principal, dándole al oboe una sonoridad *abierta*, característica de la vocal “a”, efecto que es reforzado aún más por un predominio de los armónicos pares sobre los impares.

De acuerdo a la figura 3.11d, la descomposición espectral de un sonido de 196 Hz emitido por un fagot tiene su máximo para el armónico  $n=2$  y 3. Las frecuencias ( $2 \cdot 196 = 388$  y  $3 \cdot 196 = 588$ ) de esos armónicos caen dentro del intervalo de frecuencias del formante principal del fagot. También los máximos para  $n=10$ , 11 ( $\nu = 11 \cdot 196 = 2.156$  Hz) y  $n=16$ , 17 ( $\nu = 17 \cdot 196 = 3.332$  Hz) se pueden poner en correspondencia con los formantes secundarios que el fagot tiene para frecuencias de alrededor de 2.000 y 3.400 Hz (ver figura 3.14).

### 3.7 Consonancia y disonancia

El descubrimiento de las relaciones existentes entre la música, la matemática y la física se remonta al siglo VI antes de Cristo, época en que la *Escuela de Pitágoras* realizó un exhaustivo estudio de la cuerda vibrante (monocuerda). Los descubrimientos de Pitágoras y sus discípulos fueron el punto de partida de todos los estudios posteriores de la armonía en la música y, sin lugar a dudas, influyeron en forma importante en lo que hoy en día conocemos como la música del mundo oc-

cidental.

Todos nosotros hemos pulsado una cuerda de guitarra y hemos notado que, si la acortamos —presionándola con los dedos contra los trastes—, la frecuencia del sonido cambia. Ya Pitágoras se dio cuenta de que si la cuerda se acortaba a la mitad, la frecuencia del sonido aumentaba al doble, elevándose su sonido en una *octava*. Si, por ejemplo, el tono de la cuerda entera corresponde a un *Do*, las oscilaciones de la mitad de la cuerda generan el *Do* siguiente, una octava más agudo<sup>6</sup>.

El descubrimiento importante de la escuela de Pitágoras consistió en percatarse de que los intervalos musicales más consonantes con respecto a la cuerda total —es decir, los que suenan más agradables al oído al sonar conjuntamente— se obtienen cuando, al acortarla, el pedazo de cuerda que oscila corresponde a una fracción (irreductible)  $n/m$  de la cuerda completa, en la que tanto el numerador  $n$  como el denominador  $m$  son enteros pequeños. Cuanto más pequeños son estos enteros, tanto más consonante se percibe el sonido simultáneo de los dos sonidos.

Al permitir que vibre la mitad de la cuerda, la frecuencia aumenta en un factor  $2/1$ , siendo el intervalo entre los dos sonidos lo que se conoce con el nombre de *octava*<sup>7</sup>.

#### Algunas notas de la escala natural mayor

Al permitir que vibren  $2/3$  de la longitud de una cuerda, la frecuencia aumenta en

<sup>6</sup>Para distinguirlo del primer *Do* le hemos agregado una “prima”.

<sup>7</sup>Este resultado se desprende fácilmente de las ecuaciones (3.3) y (3.4), de acuerdo a las cuales la longitud de una cuerda es inversamente proporcional a las frecuencias que emite.

un factor  $3/2$ . El intervalo entre los sonidos nuevo y original se denomina *quinta justa* o *quinta perfecta*. El intervalo *Do–Sol* corresponde a una quinta justa, y por lo tanto se tiene

$$\frac{\nu_{Sol}}{\nu_{Do}} = \frac{3}{2} .$$

Esta última ecuación permite, conociendo la frecuencia del *Do*, determinar la frecuencia del *Sol*.

Continuando de la misma manera, el cociente que sigue en complejidad es  $3/4$ . Al acortar una cuerda a  $3/4$  de su longitud original, la frecuencia del sonido emitido aumenta en un factor  $4/3$ . En este caso, el intervalo musical entre el tono original y el nuevo se denomina *cuarta justa*. El intervalo *Do–Fa*, como también el *Sol–Do*, corresponden a cuartas justas. En este caso se tiene

$$\frac{\nu_{Fa}}{\nu_{Do}} = \frac{4}{3} .$$

Si las frecuencias de dos sonidos están en la razón 1:1, entonces ambos tienen la misma frecuencia y se dice que están al *unísono*.

El unísono, la octava, la quinta y la cuarta justa, son los intervalos musicales más consonantes y tienen su origen en las fracciones más simples:  $1/1$ ,  $1/2$ ,  $2/3$  y  $3/4$ , respectivamente. Estos intervalos desempeñan un papel especial en la armonía musical.

En la mayor parte de la música del mundo occidental, el desarrollo armónico y melódico de las piezas musicales transcurre en una *tonalidad* y en torno a una nota central o eje, la así llamada *tónica*. La última nota de la melodía de una pieza musical coincide, generalmente, con la tónica.

Las notas musicales a las que se llega partiendo de la tónica por medio de un intervalo de quinta y cuarta justa tienen nombres especiales: se llaman *dominante* y *subdominante* de la tonalidad, respectivamente. Si la tónica es el *Do*, entonces la dominante corresponde a la nota *Sol* y la subdominante al *Fa*.

Evaluemos la razón entre las frecuencias de las notas *Sol* y *Fa*. Usando álgebra elemental se encuentra que<sup>8</sup>:

$$\frac{\nu_{Sol}}{\nu_{Fa}} = \frac{Sol}{Fa} = \frac{Sol}{Do} \cdot \frac{Do}{Fa} = \frac{3}{2} \cdot \frac{3}{4} = \frac{9}{8}$$

Los enteros que intervienen en la última fracción ya no son tan pequeños y tal intervalo (que se llama *segunda mayor*) suena *disonante*.

Volvamos a la monocuerda y acortémosla ahora a  $4/5$  de su longitud original. La frecuencia de la cuerda aumentará en un factor  $5/4$ . Esta fracción aún está constituida por enteros relativamente pequeños y los dos sonidos, separados por un intervalo que se suele llamar *tercera mayor*, efectivamente se perciben como consonantes. El intervalo *Do–Mi* corresponde a una tercera mayor y, por supuesto, se tiene que

$$\frac{Mi}{Do} = \frac{5}{4} .$$

### El acorde perfecto mayor

Hasta aquí hemos establecido las frecuencias (relativas) de las notas *Do*, *Mi*, *Fa*, *Sol* y *Do*. ¿Cómo podremos obtener las demás notas de la escala musical?

Para ello introduzcamos la noción de *acorde*. Un acorde es la consonancia de al

<sup>8</sup>De aquí en adelante usaremos simplemente la razón de dos notas para referirnos en realidad al cociente de sus frecuencias.

Guitarra :

Tónica  
La

Dominante  
Mi

Caballito blanco llévame de aquí llévame al pueblo donde yo nací.

Figura 3.15: Canción simple que puede acompañarse con sólo los acordes perfectos mayores basados en las notas tónica y dominante. Se indican las dos posturas requeridas para el acompañamiento con una guitarra. La tonalidad de la canción es en *La mayor*. Nótese que la melodía concluye en la tónica.

tónica      subdominante      dominante

Figura 3.16: Los tres acordes perfectos mayores fundamentales (para la escala de *Do mayor*).

menos tres tonos en forma simultánea. El acorde más importante de la música occidental es el *acorde perfecto mayor*; por ejemplo, el dado por las notas *Do-Mi-Sol*. El placer producido al escucharlo se debe a que la razón entre las frecuencias, 4:5:6, sólo involucra números pequeños<sup>9</sup>

<sup>9</sup>Se podría argumentar que un acorde formado por tres notas cuyas frecuencias están en la razón 3:4:5, debe producir un sonido aún más placentero que el acorde perfecto mayor. Esto es efectivamente así. Pero observemos que ese acorde es esencialmente el mismo que el acorde perfecto mayor: al trasladar la nota más grave del acorde 3:4:5 a la octava superior (el 3 se transforma en 6), se obtiene un acorde cuyas frecuencias están en la razón 4:5:6. El acorde *Sol, Do', Mi'* está compuesto por notas cuyas frecuencias están

y a que las notas que lo componen están estrechamente relacionadas con los armónicos de la nota más grave del acorde (ver sección 3.10). Consideremos una melodía simple, por ejemplo, la de una canción de niños. Lo más probable es que el acompañamiento musical de tal canción con una guitarra se pueda realizar recurriendo a no más de tres posturas. En muchos casos basta incluso con sólo dos (ver figura 3.15). Esas tres posturas básicas corresponden a tres acordes perfectos mayores basados en la tónica, la dominante y la subdominante. En la figura 3.16 se muestran estos tres acordes si la tónica de la pieza musical bajo consideración es la nota *Do*. En ese caso los tres acordes consisten en las notas *Do-Mi-Sol, Sol-Si-Re'* y *Fa-La-Do'*.

en la razón 3:4:5 — tal acorde es simplemente una “variación” (en el lenguaje técnico, la segunda inversión) del acorde perfecto mayor *Do, Mi, Sol*. Cuando las notas están en una razón 1:2:3 no se tiene realmente un acorde, ya que la segunda nota es esencialmente la misma que la primera, sólo que trasladada en una octava. Lo mismo sucede con notas en la relación 2:3:4; en ese caso, la tercera nota esencialmente coincide con la primera.

El acorde perfecto mayor será el bloque fundamental para la construcción de las demás notas de la escala musical mayor.

### Las demás notas de la escala natural mayor

Si las notas *Sol-Si-Re'* han de corresponder a las de un acorde perfecto mayor, las frecuencias de sus tres notas deberán estar en la razón 4 : 5 : 6. Entonces

$$\frac{Si}{Sol} = \frac{5}{4} \quad \text{y} \quad \frac{Re'}{Sol} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2} .$$

A partir de la última relación podemos deducir las frecuencias del *Si* y del *Re'*. (La frecuencia del *Re* se obtiene dividiendo la frecuencia del *Re'* por 2.)

Para obtener la frecuencia del *La*, usemos el hecho de que *Fa-La-Do'* es un acorde perfecto mayor. Entonces

$$\frac{La}{Fa} = \frac{5}{4} ,$$

relación que nos permite establecer la frecuencia del *La*.

De esta manera hemos podido relacionar las frecuencias de todas las notas de la escala *Do mayor*.

Establezcamos las razones de frecuencias para algunos intervalos adicionales. Por ejemplo:

$$\frac{Fa}{Mi} = \frac{Fa}{Do} \cdot \frac{Do}{Mi} = \frac{4}{3} \cdot \frac{4}{5} = \frac{16}{15} ,$$

$$\frac{Do'}{Si} = \frac{Do'}{Do} \cdot \frac{Do}{Sol} \cdot \frac{Sol}{Si} = 2 \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5} = \frac{16}{15} ,$$

$$\frac{Re}{Do} = \frac{1}{2} \frac{Re'}{Do} = \frac{1}{2} \frac{Re'}{Sol} \cdot \frac{Sol}{Do} = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{3}{2} = \frac{9}{8}$$

Continuando de esta manera podemos deducir la razón entre las frecuencias de todas las notas de la escala *Do mayor*.

La figura 3.17 muestra tales razones para notas sucesivas de la escala *Do mayor* en la afinación natural o *justa*. Se observa que los cuocientes de frecuencias para notas adyacentes son: 9/8, 10/9 y 16/15. Se suele llamar *tono* a un intervalo musical<sup>10</sup> si la razón de frecuencias de sus dos sonidos cae entre los números 9 : 8 y 10 : 9, y *semitono* cuando tal razón está entre 25 : 24 y 27 : 25 (el valor 16 : 15 cae dentro de este último intervalo). De esta manera, la escala mayor, en dirección ascendente, a partir de la tónica hasta la octava siguiente, está constituida por los intervalos: tono – tono – semitono – tono – tono – tono – semitono.

La escala natural mayor así construida, recurriendo a acordes e intervalos cuyas notas tienen razones de frecuencias dadas por fracciones con enteros pequeños, es la escala musical de ocho notas que mayor agrado produce, creando en los oyentes (en la cultura occidental) la sensación de óptima afinación. Sin embargo, esta escala, tan satisfactoria desde el punto de vista estético y matemático, tiene ya desde su gestación algunos problemas que se hacen evidentes tan pronto como el desarrollo armónico de la pieza musical se vuelve más complejo.

Para comprender el origen de estas dificultades analicemos más detalladamente las razones entre las distintas notas de la escala natural. En la figura 3.17 se observa que la razón (de las frecuencias) del intervalo *Do:Re* es distinta a la del intervalo *Re:Mi*. Luego, al cambiar de tónica (un recurso usado con frecuencia por un compositor para evitar la monotonía en piezas musicales largas y sofisticadas), la escala musical sonará

<sup>10</sup>No confundir el concepto de *tono* como intervalo musical con el introducido anteriormente, que se refería a un sonido musical.

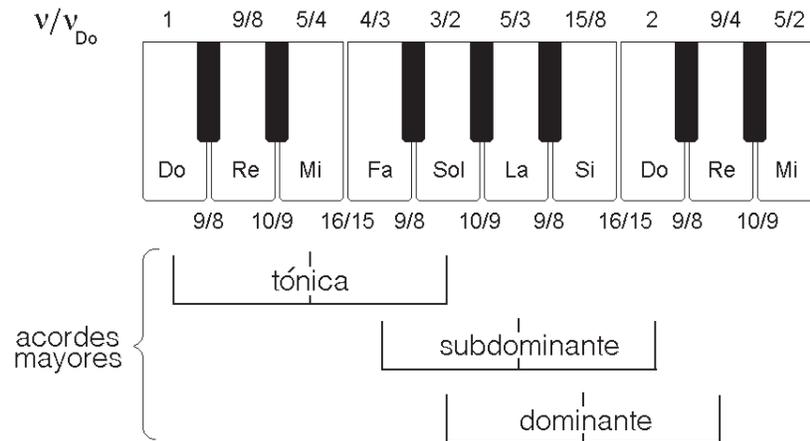


Figura 3.17: Escala Do mayor. La fracción colocada debajo de cada nota da la razón entre las frecuencias de notas adyacentes de la escala Do mayor en la afinación natural o justa. La fracción ubicada encima de las notas indica la razón entre la frecuencia de esa nota y la frecuencia de la nota Do.

distinta.

Por ejemplo, si usamos las frecuencias de las notas de la escala *Do mayor* mostradas en la figura 3.17, y con esas notas intentamos tocar una pieza escrita en la escala *Sol mayor*, inmediatamente (además del *Fa*  $\sharp$  que habría que introducir) aparecerán ciertas dificultades. En efecto, consideremos las tres primeras notas de la escala *Sol mayor*: *Sol*, *La* y *Si*. De acuerdo a la figura 3.17, la razón entre las frecuencias de estas tres primeras notas es *Sol* : *La* = 9 : 10 y *La* : *Si* = 8 : 9, en lugar de 8 : 9 y 9 : 10, que son los valores correspondientes a una escala natural mayor. Estos problemas inherentes a la afinación natural o justa se hacen más notorios a medida que uno se aleja armónicamente de la tónica usada para construir la escala.

Si, a partir de las fracciones dadas en la figura 3.17, se evalúan las razones de las frecuencias de todas las terceras mayores y quintas justas, se obtiene,

para casi todos los casos, el resultado correcto:  $4/5$  y  $3/2$ , respectivamente. La excepción corresponde al intervalo *Re-La*, cuya razón de frecuencias resulta ser  $40/27=1.481\dots$ , fracción que se acerca, pero no es idéntica, al valor  $3/2$  exigido para una quinta justa.

El problema planteado por la afinación natural es insalvable. Lo único que se puede hacer es —en lugar de concentrar el desajuste en un intervalo en particular— distribuir el problema, de una u otra forma, entre todos los intervalos. Este procedimiento, consistente en desafinar levemente la mayoría o todos los intervalos musicales, da origen a las *afinaciones temperadas*.

### 3.8 Afinación temperada igual

A medida que la música fue aumentando en complejidad, se hizo cada vez más imperioso encontrar una solución a los problemas planteados por la afinación natu-

ral. Para instrumentos como el violín, en que la frecuencia de las notas se puede variar en forma continua, lo anterior no causa mayor problema; pero para instrumentos con afinaciones fijas, como por ejemplo el piano, los problemas de afinación, al usar la afinación natural, pueden ser serios.

A fines del siglo XVII hizo su aparición la afinación de *temperamento igual*, la que en cierto modo resolvió algunas de las dificultades planteadas por la afinación natural.

Hoy en día, en la música del mundo occidental, se usa mayoritariamente una *escala cromática* de 12 notas por octava. En la escala *Do, Re, Mi, Fa, Sol, La, Si, (Do')*, cuando dos notas consecutivas corresponden a un tono, se agrega una nota subdividiendo ese tono en dos semitonos (en el piano éstas son las teclas negras); de esta manera la octava queda subdividida en 12 semitonos (véase, por ejemplo, la figura 3.17: se observa que hay 12 teclas entre dos *Do* consecutivos). Como los intervalos *Mi—Fa* y *Si—Do'* ya correspondían a semitonos, no se introducen teclas negras entre esas notas.

La idea del *temperamento igual* es hacer que la razón entre dos sonidos consecutivos de la escala cromática tenga siempre el mismo valor. Debido a que hay 12 semitonos desde un *Do* hasta el siguiente, el factor debe ser  $F = \sqrt[12]{2} = 1,05946$ . Para pasar de una nota al semitono superior, se multiplica la frecuencia de la primera nota por el factor  $F$ . Nótese que el factor  $F$  cae en el intervalo entre  $25 : 24$  y  $27 : 25$  y que, por consiguiente, dos notas consecutivas corresponden a lo que hemos llamado un semitono. Al multiplicar 12 veces en forma consecutiva la frecuencia de una nota por  $F$  (lo que es equivalente a multiplicarla

por  $F^{12} = (\sqrt[12]{2})^{12} = 2$ ), llegamos a la octava superior.

Es claro que ahora, por construcción, todas las escalas mayores, no importando cuál sea la tónica, sonarán iguales; sin embargo, ninguna de ellas coincidirá con la escala mayor de la afinación natural.

Analicemos brevemente algunos intervalos dentro del marco de la afinación temperada. Se tiene que

$$\frac{Re}{Do} = \frac{Mi}{Re} = F^2 = 1,12246,$$

en lugar de  $9/8=1,125$  y  $10/9=1,1111\dots$ , respectivamente. Para el semitono *Mi : Fa*, la razón de frecuencias ahora vale por supuesto,  $F$ , en lugar de  $16/15=1,066\dots$ . En la escala temperada igual, todas las tonalidades son equivalentes. El problema ahora es que ningún intervalo (con la excepción de la octava) es un intervalo pitagórico puro. Por ejemplo, una *tercera mayor*, en lugar de tener una razón de frecuencias  $5 : 4 = 1,25$ , en la afinación bien temperada vale  $F^4 = 1,260$ . Las frecuencias de las dos terceras mayores difieren en aproximadamente un 0,8%. Como ya hemos mencionado, la sensibilidad del oído humano para detectar variaciones de frecuencias es aproximadamente 0,3%; o sea, la diferencia entre las dos afinaciones es claramente perceptible (sobre todo cuando aparece en acordes).

Nuestro oído se ha acostumbrado de tal manera a la afinación temperada, que usualmente ya no percibimos estas pequeñas “desafinaciones” inherentes a la nueva escala<sup>11</sup>. Sin embargo, esto no fue

<sup>11</sup> En algunas orquestas sinfónicas de gran prestigio, al perfeccionar tanto la afinación “bien temperada” se han dado cuenta de que extrañan la afinación “natural”, y por esta razón realizan un esfuerzo para volver a intervalos más puros en

siempre así. En un comienzo, la nueva afinación fue bastante resistida por los músicos. Fue la música de Juan Sebastián Bach para instrumentos de teclado *bien temperados*, especialmente escrita para resaltar las posibilidades de la nueva afinación, la que ayudó a que ésta finalmente se implantase. Hoy en día, en los instrumentos de teclado, se usa casi exclusivamente el temperamento igual.

### 3.9 El círculo de las quintas

Las dos afinaciones hasta aquí analizadas no son las únicas. De hecho, existen muchas otras, cada una con sus ventajas y desventajas. En esta sección deseamos presentar otra forma de generar las frecuencias de las distintas notas de la escala musical: la *afinación pitagórica*.

Partiendo del *Do*, incrementamos las frecuencias por medio de intervalos de quintas, pero con la salvedad de que cada vez que la nota resultante sobrepasa al *Do'*, la bajamos en una octava, para nuevamente quedar dentro del intervalo *Do - Do'*. Procediendo de esta manera generamos sucesivamente las notas *Do - Sol - Re - La - Mi - Si - Fa# - Do# - Sol# - Re# - La# - Mi# - Si#*. Cada nota de esta serie está en perfecta armonía con la que la precede y con la que la sucede. Al usar quintas justas, después de 12 pasos llegamos a una nota que es muy parecida a la nota de partida (siendo la frecuencia del *Si#* así generado un 1,36% más aguda que la del *Do*, diferencia que se conoce con el nombre de *coma pitagórica*).

Si en lugar de subir, partiendo del *Do*, bajamos sucesivamente las frecuen-

Tabla 3.1: Frecuencias (en Hz) de las notas de la escala de Do mayor en las distintas afinaciones. Las escalas se inician en el Do central de 262 Hz.

Nota	Afinación		
	natural	pitagórica	temperada igual
<i>Do</i>	262,0	262,0	262,0
<i>Re</i>	294,8	294,8	295,1
<i>Mi</i>	327,5	331,6	330,1
<i>Fa</i>	349,3	349,3	349,7
<i>Sol</i>	393,0	393,0	392,6
<i>La</i>	442,1	436,7	440,6
<i>Si</i>	491,3	497,4	494,6
<i>Do'</i>	524,0	524,0	524,0

cias en intervalos de quintas, pero con la salvedad de que cada vez que la nota resultante es inferior al *Do* la incrementamos en una octava para quedar nuevamente dentro del intervalo *Do - Do'*, obtenemos la serie de notas: *Do - Fa - Si b - Mi b - La b - Re b - Sol b - Do b - Fa b - Si bb - Mi bb - La bb - Re bb*. Nuevamente, después de 12 pasos llegamos a una nota que es muy parecida a la nota de partida (al usar quintas justas la frecuencia del *Re bb* queda una *coma pitagórica* por debajo del *Do*).

La tabla 3.1 compara las frecuencias que las notas de la escala mayor tienen en las afinaciones natural, pitagórica y de temperamento igual.

Notemos que al usar quintas temperadas, en lugar de quintas justas, en la construcción pitagórica de la escala musical, las frecuencias de las notas *Do*, *Si#* y el *Re bb* son equisonantes o *enarmónicas*. El hecho de que en este caso sólo se tengan 12 notas distintas permite ordenarlas sobre un círculo (ver figura 3.18), generando el conocido *círculo de las quintas*.

algunos casos: por ejemplo, tocar terceras más “bajas” en los acordes mayores. (Referencia: D. Clevenger, primer corno solista de la orquesta de Chicago.)

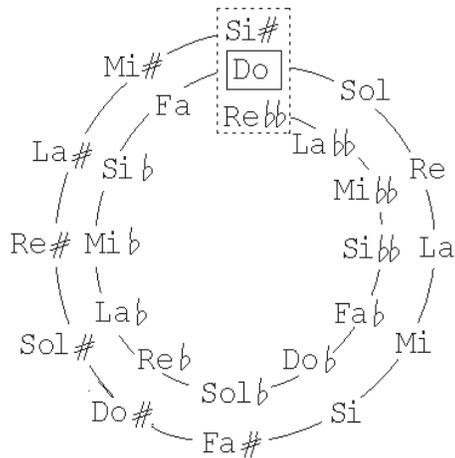


Figura 3.18: Círculo de las quintas.

### 3.10 Sonido de los armónicos

Para concluir el presente capítulo, volvamos a los tópicos que se analizaron en su inicio: los armónicos de una cuerda tensa.

Sabemos que si una cuerda, en su modo fundamental, oscila con frecuencia  $\nu_1$ , los demás modos normales de oscilación o armónicos tendrán frecuencia  $\nu_n = n\nu_1$ , con  $n$  entero. ¿A qué notas corresponderán las frecuencias de estos armónicos?

Para ser concretos, supongamos que la nota del modo fundamental corresponde a un *Do*. Las frecuencias de los primeros seis armónicos serán  $\nu_1$ ,  $2\nu_1$ ,  $3\nu_1$ ,  $4\nu_1$ ,  $5\nu_1$  y  $6\nu_1$ .

Evidentemente el segundo armónico, por duplicar la frecuencia del modo fundamental, corresponderá a la nota *Do'*. La razón de frecuencias entre el tercer y segundo armónico es 3:2, luego, el intervalo entre ellos es una quinta justa. Concluimos que el tercer armónico emitirá un sonido correspondiente a la nota *Sol'*. El cuarto armónico nuevamente es un *Do''* (usamos dos primas para indicar que es

dos octavas más agudo que el *Do* original). A partir de la razón de frecuencias entre el quinto y cuarto armónico se deduce que el quinto armónico corresponde a la nota *Mi''*. Análogamente se encuentra que el sexto armónico es el *Sol''*.

Resumiendo: los primeros seis armónicos de un *Do* son las notas *Do*, *Do'*, *Sol'*, *Do''*, *Mi''* y *Sol''*. Excepto por traslaciones en octavas, las anteriores son precisamente las notas que conforman el acorde perfecto *Do mayor* (siendo esta otra de las razones por las cuales percibimos tal acorde con tanto agrado).

Continuemos con los armónicos de una cuerda. La razón de las frecuencias del séptimo respecto al cuarto armónico es de  $7:4 = 1,750$ . El intervalo de la escala bien temperada al que más se acerca esta razón es el de *séptima menor* (*Do* – *Si b*); tal intervalo corresponde a diez semitonos y, por consiguiente, la razón de frecuencias es  $F^{10} = 1,781797\dots$ . Sin embargo, la diferencia entre los dos intervalos es relativamente grande (casi un 2%), razón por la cual el séptimo armónico se percibe como un *Si b* desafinado<sup>12</sup>.

El octavo armónico de la cuerda nuevamente es un *Do'''* y el noveno, cuya frecuencia está en una relación 9:8 con el armónico anterior, obviamente corresponde a un *Re'''*. De la misma forma se deduce que el décimo armónico es un *Mi'''*.

El undécimo armónico que se obtiene no corresponde, una vez más, a una nota bien afinada.

La tabla 3.2 da las notas y frecuencias de los distintos armónicos del *Do* central del piano.

Al pulsar una cuerda (de largo  $L$ ) es imposible lograr que oscile en un único ar-

<sup>12</sup>En la escala de temperamento igual, una diferencia de 5,95% en la frecuencia de dos sonidos corresponde a un *semitono*.

Tabla 3.2: Sonido de los armónicos si el armónico fundamental corresponde al *Do* de 262 Hz.

Armónico	Nota	Frecuencia (Hz)
1	<i>Do</i>	262
2	<i>Do'</i>	524
3	<i>Sol'</i>	786
4	<i>Do''</i>	1.048
5	<i>Mi''</i>	1.310
6	<i>Sol''</i>	1.572
7	( <i>Si b''</i> )	1.834
8	<i>Do'''</i>	2.096
9	<i>Re'''</i>	2.368
10	<i>Mi'''</i>	2.620
11	( <i>Fa #'''</i> )	2.882
12	<i>Sol'''</i>	3.144

mónico; el movimiento de la cuerda necesariamente corresponderá a una superposición de numerosos armónicos. Es relativamente sencillo evidenciar la presencia de los distintos armónicos. Para ello, pulsemos la cuerda y luego “apaguémosla” en alguno de los posibles nodos de los armónicos que ella puede poseer, presionándola en ese lugar durante un tiempo breve con la yema del dedo. De esta manera se logra que, de ahí en adelante, la cuerda no se desplace más en dicho lugar. Los únicos modos de oscilación de la cuerda que sobreviven a tal procedimiento (es decir, que siguen sonando) son los armónicos que poseen un nodo en el “lugar de apagado”.

Al apagar la cuerda en  $L/2$ , desaparece el modo fundamental y todos los demás modos que en ese lugar no tienen un nodo, esto es, todos los armónicos de orden impar. El segundo armónico pasa a ser el modo dominante de oscilación. Notemos que los demás modos que sobre-

viven al apagado de la cuerda (que son los modos de orden par) son los de frecuencia  $2\nu_1, 4\nu_1, 6\nu_1$ , etc., teniendo todos ellos frecuencias que son un múltiplo de  $\nu_2 = 2\nu_1$ . La frecuencia de oscilación del segundo armónico pasa a ser la frecuencia del sonido que se escucha, siendo éste una octava más agudo que el sonido original. Si, por ejemplo, la cuerda inicialmente emite un sonido correspondiente a un *Do*, al apagarla en su centro emitirá un sonido correspondiente al *Do'*.

Al “apagar” la cuerda en el lugar  $L/3$ , tanto el armónico fundamental como el segundo armónico desaparecerán, quedando el movimiento de la cuerda dominado por el tercer armónico. Los únicos otros armónicos que sobreviven a tal procedimiento son aquéllos cuyo orden es un múltiplo de 3 (el lugar  $L/3$  corresponde precisamente a uno de los nodos de todos estos armónicos). El tercer armónico pasará a ser el modo de oscilación dominante. Si la cuerda original emitía el sonido correspondiente a un *Do*, al apagarla en  $L/3$  emitirá el sonido correspondiente al *Sol'*.

Continuando de la misma manera, es posible evidenciar la presencia de numerosos armónicos en una cuerda pulsada.

Para generar un armónico en particular en una cuerda de guitarra, debe tenerse el cuidado de no pulsar la cuerda en el lugar donde tenga un nodo, pues en tal caso ese armónico estará ausente. El lugar óptimo para pulsar la cuerda es donde el armónico tiene su máxima amplitud de oscilación. Por ejemplo, para favorecer la presencia del tercer armónico, conviene pulsar la cuerda en el centro o a  $1/6$  de su longitud total (ver figura 3.5).

# Capítulo 4

## El piano

### 4.1 Los precursores del piano

El piano es, probablemente, el instrumento musical más conocido, el más tocado y para el cual se ha escrito la mayor cantidad de música como instrumento solista. Esta posición medular que ocupa el piano a partir del siglo XVIII en la música del mundo occidental lo hace merecedor de un capítulo entero.

El piano es un instrumento de teclado, en el cual el sonido es generado por la acción de macillos que golpean cuerdas tensadas sobre una tabla acústica; por consiguiente, el piano es una mezcla de instrumento de cuerdas con instrumento de percusión, accionado por un teclado.

El piano moderno tuvo varios precursores que poseían una o más de sus características. Sin embargo, ellos eran instrumentos con ciertas importantes limitaciones inherentes. Fue el afán de sobrepasar estas limitaciones el que contribuyó al desarrollo del piano moderno. En cierto modo podemos decir que el piano fue inventado por la necesidad de mecanizar el *salterio*, aumentar la intensidad del sonido del *clavicordio* y hacer más expresivo el *clavecín*. En la presente sección analizaremos brevemente las principales características de estos instrumentos musicales, precursores del piano.

### El salterio

La manera de generar el sonido en el piano tiene su origen en el salterio (o dulcémele), instrumento que consiste en cuerdas metálicas tensadas sobre una caja trapezoidal de madera. Las oscilaciones de las cuerdas, que se hacen sonar golpeándolas con dos pequeños macillos (martillitos de madera) que el ejecutante dirige con sus manos, son transmitidas a la *tabla acústica* por medio de un *punte*. En el salterio se pueden tocar hasta 32 notas diferentes e, igual que en el piano, cada nota puede estar representada hasta por tres cuerdas afinadas al unísono (es decir, con la misma afinación).

En algunos salterios, el puente divide a la cuerda en la razón 3:2, siendo de esa manera posible tocar con cada cuerda dos notas separadas por una quinta perfecta, una a cada lado del puente.

Las principales limitaciones del salterio son:

1. La imposibilidad de que un ejecutante pueda accionar más de dos notas a la vez.
2. No poseer un mecanismo que “apague” las cuerdas en forma automática (teniendo que hacerse esto con las yemas de los dedos).

3. La dificultad de poder controlar en forma efectiva y rápida los macillos, hace que la rapidez con que se puede tocar un salterio no sea comparable a la que se puede lograr en un piano.

Las limitaciones anteriores son tan severas, que en la práctica el salterio ha quedado marginado de las salas de conciertos.

### El clavicordio

El teclado, uno de los componentes importantes del piano, hizo su aparición con los órganos<sup>1</sup>. Un órgano construido por Ctesibus en Alejandría, dos siglos antes de Cristo, ya poseía un teclado rudimentario. Existen también varios escritos de la Antigüedad y la Edad Media que describen órganos con teclado.

La idea de agregar un teclado a un instrumento de cuerda, según algunas escrituras y fuentes iconográficas, surgió en la segunda mitad del siglo XIV, con la invención de los primeros clavicordios.

Los clavicordios son instrumentos musicales que poseen varias cuerdas tensadas sobre una tabla acústica. El sonido es generado por un mecanismo simple, cuyos aspectos esenciales se muestran en la figura 4.1. Al presionar una tecla, una simple palanca hace que un dispositivo metálico, denominado *tangente*, que se parece al extremo de un destornillador, toque una de las cuerdas, quedando en contacto con ella. Cuando esto sucede, la tangente divide a la cuerda en dos partes. La parte de la cuerda responsable de generar el sonido es la que va desde la tangente hasta el puente. El movimiento

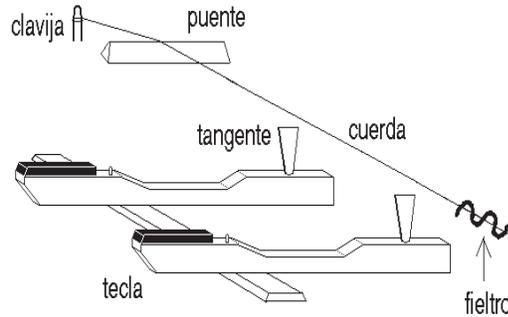


Figura 4.1: Acción de un clavicordio.

de la otra parte de la cuerda es atenuado por un trenzado de fieltro que une las distintas cuerdas.

Es claro que el mecanismo recién descrito permite producir varios sonidos de distintas frecuencias con una sola cuerda. Esto se logra permitiendo que las tangentes asociadas a las diferentes teclas toquen una misma cuerda en lugares distintos (ver figura 4.1). Para abaratar los costos y producir instrumentos más pequeños, muchos de los clavicordios construidos hacían uso de esta posibilidad y “ataban” varias notas a una cuerda (el instrumento, por consiguiente, poseía más teclas que cuerdas). Una desventaja de este tipo de construcción es obvia: no permite ejecutar simultáneamente dos notas distintas si éstas son generadas por la misma cuerda.

La principal desventaja de este instrumento es que la intensidad del sonido generado es muy débil. Es esencialmente un instrumento para salas pequeñas o ambientes con mucha resonancia (situación común en los palacios del Renacimiento, con sus salones de mármol y ausencia casi total de revestimientos absorbentes). A pesar de esta seria desventaja, el clavicordio posee algunas virtudes muy loables:

<sup>1</sup>Los órganos son instrumentos en los que el sonido se debe a oscilaciones inducidas en columnas de aire encerradas por tubos.

1. Presionando la tecla con una mayor o menor fuerza, permite generar sonidos de diferentes intensidades, poseyendo por lo tanto, un cierto rango dinámico.
2. La tangente queda en contacto con la cuerda durante todo el tiempo en que el ejecutante mantiene presionada la tecla. Este contacto continuo permite *formar* el tono, o sea, permite cierto control del ejecutante sobre la cuerda que emite el sonido. Variando, por ejemplo, en forma oscilante la presión con que se mantiene apretada la tecla y, por consiguiente, variando la presión con que la tangente toca la cuerda, es posible generar un sonido tembloroso similar al *vibrato*.
3. Una vez percutada una nota es posible, presionando aún más la tecla, aumentar la frecuencia del sonido hasta el semitono siguiente. Tal acción se denomina *portamento*.

Estas características, junto con su dulce e íntimo sonido, hacen que el clavicordio sea un instrumento con enormes posibilidades expresivas.

### El clavecín

En su aspecto exterior, algunos clavecines tienen similitudes con el clavicordio; sin embargo, la forma de generar el sonido es radicalmente distinta. En el clavecín, la cuerda, en lugar de ser tocada con una tangente, es punteada con un *plectro* que se pone en movimiento al accionar una tecla. Al soltar la tecla, un apagador se encarga de amortiguar rápidamente el sonido (ver figura 4.2).

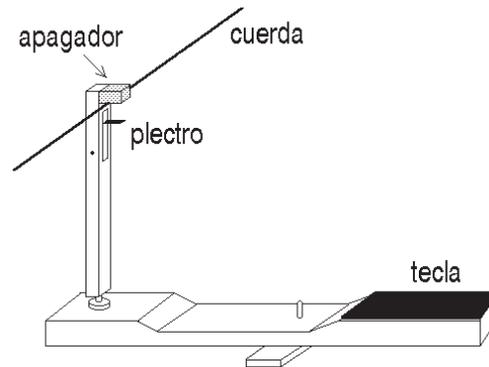


Figura 4.2: Acción de un clavecín. El plectro puntea la cuerda sólo al subir.

La principal ventaja de la acción del clavecín respecto a la del clavicordio es que genera oscilaciones mucho más violentas en las cuerdas, lográndose por consiguiente una sonoridad considerablemente mayor. El clavecín, como lo demuestran numerosos conciertos escritos para este instrumento, puede actuar dignamente como instrumento solista, en contrapeso a una orquesta de cámara.

Contrariamente a lo que ocurre en el caso de la guitarra, con el clavecín, el músico no tiene control sobre la forma en que el plectro puntea la cuerda. Cada vez que se ejecuta una nota en particular, ella volverá a sonar exactamente de la misma manera. Precisamente, la poca expresividad del sonido es la limitación más importante de los clavecines. A pesar de ello, debido a su mucha mayor sonoridad, lograron imponerse sobre los clavicordios.

Al observar la evolución histórica de los clavecines, se aprecia un claro esfuerzo de los constructores para incrementar el colorido y variedad de los sonidos de sus instrumentos. Esto lo lograron, en forma limitada, de diversas maneras:

1. Agregándole al instrumento, por cada nota, una o dos cuerdas adicionales que, mediante un sistema de palancas (*registros*), pueden puntearse en forma conjunta con la cuerda original. Una de estas cuerdas adicionales es generalmente afinada a la octava superior.
2. Agregando al instrumento un teclado (*manual*) adicional. Cada manual queda acoplado a una cierta combinación de conjuntos de cuerdas. Registros adicionales permiten seleccionar las cuerdas y la forma en que éstas son punteadas.
3. Usando registros para apoyar piezas de fieltro sobre las cuerdas, obteniéndose una considerable atenuación de la sonoridad del instrumento.
4. Modificando los lugares en que se puntea la cuerda para lograr de esa manera una modificación de las intensidades relativas de los distintos armónicos del sonido generado. Este recurso para cambiar el color de un tono es un hecho bien conocido por los guitarristas.
5. Dejando algunos conjuntos de cuerdas sin atenuación (*cuerdas simpáticas*), permitiendo que entren en *resonancia* con las cuerdas punteadas. De esta manera se logra un sonido cuyo colorido recuerda al de la *viola d'amore*.

A pesar de todos estos adelantos, el clavecín siguió siendo un instrumento de expresividad limitada — es imposible evitar que en un instante dado, todas las notas ejecutadas por un *manual* tengan esencialmente el mismo timbre e intensidad.

El objetivo central que motivó la invención y el posterior desarrollo del piano fue liberarse de las limitaciones y deficiencias intrínsecas de los tres instrumentos recién descritos, es decir, obtener un instrumento de teclado de gran sonoridad, rango dinámico y expresividad.

## 4.2 Descripción del piano

La idea central del mecanismo generador del sonido del piano-forte fue introducida en el año 1709 por Bartolomeo Cristofori, un constructor de clavecines al servicio de los Medici. Con el paso del tiempo, numerosos constructores perfeccionaron el mecanismo e introdujeron otras mejoras, por ejemplo, el desarrollo del marco de hierro fundido logrado por A. Babcock, hasta llegar al potente y sonoro piano de cola moderno.

En esta sección describiremos brevemente las partes esenciales de este instrumento musical.

La figura 4.3 muestra una “visión expandida” de un piano de cola, cuyas partes más importantes son:

1. Un robusto marco de madera o caja que cobija las distintas partes del piano y protege su delicado mecanismo. La tapa superior del piano de cola, entre otras, cumple la función de reflector del sonido.
2. El teclado, compuesto de 88 teclas. Con éstas se pone en movimiento la *acción* del piano.
3. La acción, que es el mecanismo del piano que, por el acto de presionar una tecla, impulsa a un pequeño macillo de madera forrado de fieltro para que golpee contra las cuerdas, poniéndolas a vibrar.

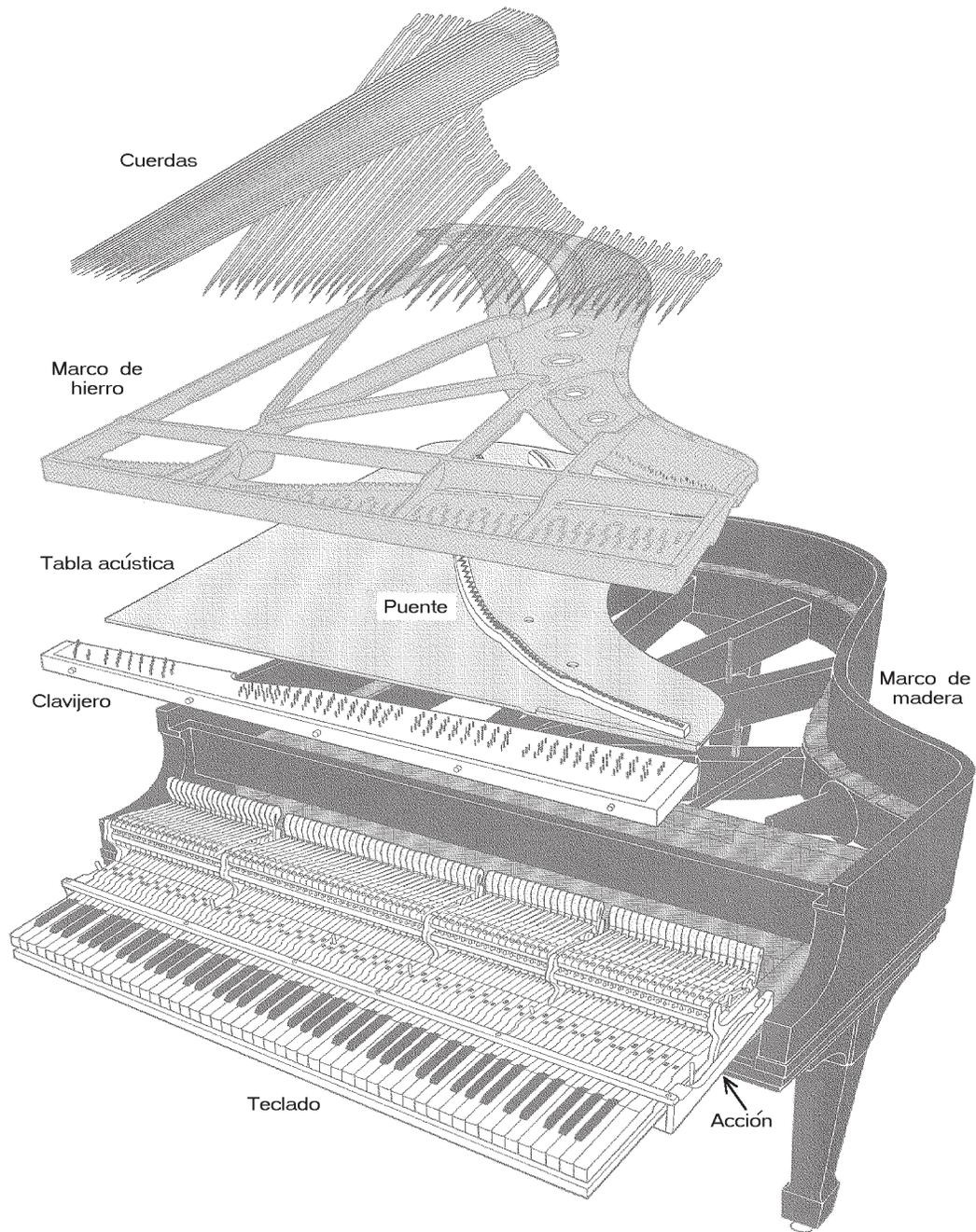


Figura 4.3: Visión expandida de un piano de cola moderno. (Figura adaptada de G. Weinreich, *Scientific American*, enero 1979.)

4. Las cuerdas, fuente primaria de sonido del piano. Las cuerdas del piano, confeccionadas de acero, son capaces de soportar una tensión de  $25.000 \text{ kg/cm}^2$ . Para permitir que las cuerdas de los sonidos graves vibren más lentamente, se les aumenta el peso envolviéndolas con un alambre de cobre (entorchado). El largo de las cuerdas varía entre aproximadamente 5 cm para las notas agudas y 200 cm para las notas graves.
5. El puente, que es un listón curvo de madera sobre el cual se apoyan las cuerdas. El objetivo del puente es transmitir las oscilaciones de las cuerdas a la tabla acústica.
6. La tabla acústica, responsable de la irradiación del sonido hacia el aire.
7. Un marco de hierro fundido, cuyo objetivo es soportar la tensión global de las cuerdas. En un piano moderno esta tensión es del orden de unas 30 toneladas (es decir, el peso de un gran camión con acoplado y completamente cargado). Para soportar tal fuerza, el marco debe ser muy resistente; en un piano de cola de concierto, el armazón de hierro puede llegar a pesar unos 200 Kg. Tanto en los pianos verticales como en los pianos de cola, el marco de hierro fundido se diseña de manera que las cuerdas de los bajos pasen por sobre las cuerdas de las notas correspondientes al registro intermedio. Así se ahorra espacio y, lo que es más importante, se logra que el punto de apoyo de las cuerdas graves sobre el puente se ubique más hacia el centro de la tabla acústica.
8. El clavijero, que consta de clavijas embutidas en un bloque de madera, el cual, a su vez, es sujetado por el armazón de hierro. Un extremo de las cuerdas se ata en el marco de hierro, mientras que el otro extremo se amarra a las clavijas. La tensión de las cuerdas se puede variar girando las clavijas, lo que permite afinar el instrumento. Las clavijas no deben ceder (girarse) debido a la tensión de la cuerda. Por esa razón, el bloque de madera en que están embutidas consta de hasta 40 láminas de maderas duras, pegadas de manera que sus granulaciones apunten en distintas direcciones.
9. Unas tiras de fieltro, que se entrelazan entre las cuerdas para que las partes de éstas ubicadas detrás del puente no oscilen. Al tocar una nota, la única parte de la cuerda que oscila es la que va desde el clavijero hasta el puente.
10. Los pedales, que permiten modificar el sonido global del piano en ciertos aspectos que analizaremos oportunamente.

### 4.3 La acción del piano de cola moderno

Como ya hemos dicho anteriormente, la acción del piano es la responsable de impulsar al macillo contra las cuerdas. Existen numerosos mecanismos que resuelven esta tarea en forma satisfactoria.

Las características más importantes que debe satisfacer la acción de un piano son las siguientes:

1. Debe permitir una rápida repetición de una misma nota. Esto se logra,

en parte, con la ayuda de la así llamada *biela de repetición*, que facilita la rápida ejecución reiterada de una misma nota, sin que la tecla tenga que ser soltada completamente.

2. Debe ser pareja, es decir, si las diferentes teclas son presionadas de la misma forma, debe producir un sonido de aproximadamente la misma intensidad para todas las frecuencias. Esto se logra con un mecanismo de construcción preciso y una calibración del peso del macillo, junto con una adecuada elección del grosor, el largo y la densidad de las cuerdas, y de las dimensiones del sistema de palancas.
3. Para cada nota, la acción del piano debe permitir un amplio rango dinámico. Recordemos que esta última característica se vincula con una de las razones más importantes que se tuvo para inventar el piano-forte: la posibilidad de tocar *piano* o *forte*.

Todos estos requerimientos hacen que la acción de un piano sea considerablemente más complicada que la de un clavecín o la de un clavicordio. No mostraremos aquí un esquema con los detalles de este mecanismo; sólo mencionaremos que consta de alrededor de cien componentes por tecla, los que deben ser ajustados minuciosamente para lograr un perfecto funcionamiento.

Al presionar una tecla, un sistema de palancas acelera al macillo. La velocidad que éste alcanza varía entre unos 50 cm/s y 800 cm/s, al tocar pianísimo y fortísimo, respectivamente. El así llamado *mecanismo de escape* permite que el macillo, después del período de aceleración, se mueva libremente hacia la cuerda, in-

terrumpiéndose su contacto con la tecla. En otras palabras, el ejecutante sólo tiene control sobre un único grado de libertad: la velocidad con que el macillo choca contra las cuerdas.

Sin duda, la acción de un piano moderno, desarrollada por el ingenio de numerosos constructores, es una proeza técnica. Pero, desde un punto de vista físico, por cierto, lo más interesante de un piano es el movimiento de sus cuerdas. Una vez puestas en movimiento, son ellas, junto con el puente y la tabla sonora, las que directa e indirectamente generan el sonido característico del piano.

#### 4.4 Tonos parciales

¿Qué podemos decir acerca de las frecuencias y el timbre del piano? Respecto a las frecuencias de los sonidos que es capaz de emitir un piano, éstas se mostraron en la figura 1.10 y abarcan casi siete y media octavas; van desde los 27,5 Hz hasta los 4.186 Hz.

Más interesante que las frecuencias de cada una de las notas, es una curiosa característica que poseen las frecuencias de los distintos tonos parciales que configuran el timbre de un tono del piano. Como ya se ha explicado en el capítulo 3, el timbre de un sonido depende de la intensidad de los distintos *tonos parciales* que lo componen. Generalmente, en los instrumentos de cuerda, los distintos tonos parciales de un tono tienen frecuencias que son múltiplos enteros de la frecuencia fundamental. En ese caso, los tonos parciales son los *armónicos* del tono fundamental.

El piano, sin embargo, es en cierto modo una excepción a esta regla. Las cuerdas relativamente gruesas de un

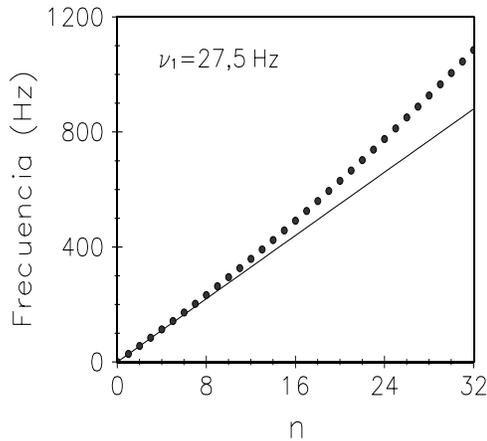


Figura 4.4: Frecuencias de los primeros 32 tonos parciales del *La* de 27.5 Hz de un piano.

piano no están hechas de un material flexible, sino que son de acero, material que ofrece resistencia a las deformaciones. Esta tendencia de las cuerdas de un piano a retener su forma original hace que las frecuencias de los distintos modos de oscilación sean sólo aproximadamente múltiplos enteros del modo de oscilación fundamental. Por esa razón, en este caso, es impropio decir que los distintos modos de vibración son los armónicos del tono fundamental, y es mejor referirse a ellos como “tonos parciales”.

Los puntos en la figura 4.4 muestran las frecuencias de los primeros 32 tonos parciales de la nota más grave del piano (el *La* de 27.5 Hz), medidas experimentalmente con un analizador. La línea llena indica las frecuencias que los tonos parciales deberían tener para que fueran armónicos. Por ejemplo, si el piano fuese armónico, el 16<sup>o</sup> tono parcial debería corresponder al *La* de 440 Hz. Experimentalmente, sin embargo, se encuentra que la frecuencia del 16<sup>o</sup> tono parcial es aproximadamente un semitono más agudo (o sea, totalmente disonante con el tono fun-

damental).

El timbre característico del piano está no sólo determinado por la intensidad relativa de los distintos tonos parciales, sino también por esta leve *anarmonicidad*.

¿Cómo sonaría el piano si los distintos tonos parciales tuviesen exactamente las frecuencias de los armónicos (o sea, si fuesen múltiplos enteros de la frecuencia fundamental)? Esta interrogante ha sido respondida recurriendo a un sintetizador de sonidos<sup>2</sup>, generando con él sonidos con las intensidades de los tonos parciales iguales a las de un piano, pero ajustando las frecuencias para que éstas sean múltiplos enteros del armónico fundamental. El veredicto de los músicos, al escuchar este sonido artificial, es unánime: el “piano armonizado” carece de la calidez del sonido de un piano real. Estamos nuevamente frente a una situación en que la perfección desde el punto de vista de la física no necesariamente coincide con lo estéticamente más placentero.

La anarmonicidad de los distintos tonos parciales de la cuerda de un piano también afecta a su afinación. Un afinador competente trata de que el piano globalmente suene lo mejor posible. Esto ocurre cuando los distintos armónicos de una nota oscilan en forma consonante (sin pulsaciones) con las notas correspondien-

<sup>2</sup>Un sintetizador de sonidos permite generar un sonido eligiendo las frecuencias e intensidades de todos sus tonos parciales. Un “órgano” electrónico es un ejemplo de sintetizador de sonidos, en que es posible seleccionar entre varias alternativas de frecuencias e intensidades de armónicos prefijados. De esa manera, los órganos electrónicos logran simular con relativo éxito varios instrumentos musicales. Al tratar de imitar el piano, sin embargo, son menos exitosos, ya que, generalmente, no consideran la anarmonicidad de los distintos tonos parciales.

tes a esos armónicos. Por ejemplo, el  $La$  de 1.760 Hz debe sonar sin pulsaciones con el cuarto armónico del  $La$  de 440 Hz. Pero, como ya vimos, los distintos armónicos de una cuerda tienen frecuencias levemente superiores a las que exigen los intervalos pitagóricos. Esto lleva a los afinadores a *estirar* empíricamente las octavas. El  $La$  de 1.760 Hz, en el piano, habría que afinarlo con una frecuencia levemente superior para que coincida con la frecuencia del cuarto tono parcial del  $La$  de 440 Hz. Esto explica por qué la óptima afinación se obtiene cuando las notas de las octavas superiores del piano se afinan progresivamente algo más agudas, y las notas de las octavas inferiores algo más graves de lo que debieran ser si todo el instrumento fuese estrictamente armónico. Este estiramiento de la afinación es menor cuanto más grande es el instrumento. La magnitud del estiramiento en un piano vertical, entre las notas más graves y más agudas, es de aproximadamente 1 tono.

La intensidad relativa de los distintos tonos parciales del sonido emitido por un piano se mostró en la figura 3.11. Notemos el gran número de tonos parciales que se observan. Esto en realidad era un resultado esperado. Un análisis teórico muestra que la energía de los distintos armónicos de una cuerda, excitada por un impacto instantáneo y puntual, es, en primera aproximación, esencialmente independiente del armónico<sup>3</sup>.

<sup>3</sup>Si el impacto es instantáneo y está localizado en un punto (lo que se logra con un macillo muy liviano y angosto), la amplitud de los distintos "armónicos" del movimiento de la cuerda viene dada por

$$b_n = \frac{B_0}{n} \sin\left(\frac{n\pi a}{L}\right) .$$

Aquí  $n$  caracteriza el orden del armónico,  $B_0$  es

En la práctica, sin embargo, el golpe del macillo en la cuerda no es instantáneo ni puntual; el tiempo durante el cual queda en contacto con la cuerda no es despreciable. Cuando es más liviano que la cuerda, situación que sólo se presenta para las notas graves del piano, el macillo rebota (como rebotaría una pelota de ping-pong al lanzarla contra una locomotora). Pero aun en ese caso, para los armónicos de orden alto, tarde o temprano se llega a un valor de  $n$  para el cual  $1/\nu_n$  es comparable con el tiempo de contacto. De ahí en adelante, la amplitud de los armónicos inducidos en la cuerda decrecen rápidamente a medida que aumenta  $n$ .

Para las notas agudas del piano, la situación es más compleja, ya que el macillo es más pesado que la cuerda. En ese caso, el macillo no rebota (como tampoco rebotaría una locomotora al lanzarla contra una pelota de ping-pong), sino que induce perturbaciones en la cuerda, las que viajan a lo largo de ella y se reflejan en el puente y las clavijas. Son recién estas ondas reflejadas, al llegar nuevamente al lugar del macillo, las que lo frenan y lo devuelven hacia su posición inicial. El macillo, en este caso, queda en contacto con la cuerda durante un intervalo de tiempo que es varias veces mayor que el período de la cuerda.

El hecho de que el golpe del macillo no ocurra en un solo punto también restringe la amplitud de las oscilaciones

una magnitud que depende del impulso transferido a la cuerda por el macillo,  $L$  es el largo de la cuerda y  $a$  es la distancia, medida desde uno de sus extremos, al lugar de percusión. Notemos el decrecimiento extremadamente lento que tienen estas amplitudes a medida que aumenta  $n$ . La energía emitida por cada armónico es proporcional a  $n^2 |b_n|^2$ , o sea, excepto por la envolvente sinusoidal, no varían su intensidad a medida que crece  $n$ .

correspondientes a los tonos parciales de orden alto. En efecto, el macillo percute a la cuerda en toda una pequeña región (cuyo tamaño llamaremos  $d$ ). Mientras la longitud de onda  $\lambda_n$  del tono parcial  $n$  sea mucho más grande que  $d$ , el golpe del macillo se puede considerar como puntual. Pero, tarde o temprano, a medida que  $n$  crece, lo anterior deja de ser válido. Nuevamente, de ahí en adelante, la amplitud de los armónicos inducidos en la cuerda disminuirá con rapidez.

El timbre del sonido de un piano se puede variar en cierto grado modificando la superficie de los macillos que golpean las cuerdas. Un macillo con un recubrimiento de fieltro duro y compactado produce un sonido brillante y algo chillón. Al soltar el tejido del fieltro, pinchándolo con una aguja, se aumenta el tiempo de contacto, y el número de armónicos de orden alto disminuye, obteniéndose un sonido más suave y menos metálico.

Algo similar ocurre en relación con la curvatura del macillo. Si la parte del macillo que golpea la cuerda es relativamente plana, entonces el área de contacto  $d$  es grande y se inducirán menos armónicos que cuando la curvatura del macillo es grande<sup>4</sup>.

También la masa del macillo afecta al

<sup>4</sup>Un fenómeno similar se observa en la guitarra con la cuerda punteada. Si el lugar en que se aplica la fuerza sobre la cuerda es puntual, situación que se cumple bastante bien si se usa un plectro, se inducirán en la cuerda numerosos armónicos y el sonido resultante será brillante y algo metálico. Si se usa la yema del dedo la fuerza no se aplica sobre un único punto, sino sobre una región más grande — además, el instante en que la cuerda se suelta y empieza a moverse no queda totalmente bien definido. Como consecuencia de estos efectos, al usar la yema del dedo para pulsar la cuerda, los armónicos con  $n$  grande estarán presentes con intensidades disminuidas, siendo el sonido, en ese caso, más redondeado y suave.

timbre. A medida que crece dicha masa, aumenta el tiempo de contacto con la cuerda y por consiguiente disminuye la amplitud de los tonos parciales de orden alto.

Hay muchos otros aspectos en el diseño de un piano que influyen decididamente sobre el timbre de su sonido. Enumeramos aquí sólo algunos: i) La tensión de las cuerdas, sus densidades lineales y sus largos; ii) el lugar de apoyo del puente sobre la tabla acústica; iii) el montaje de la tabla acústica, su constitución y forma; iv) el lugar donde el macillo percute la cuerda, etc.

Respecto a este último punto, fue Broadwood —un conocido constructor de pianos— quien, en 1788, haciéndose asesorar por científicos, modificó el diseño de sus pianos para que el macillo impactara la cuerda de longitud  $L$  en un lugar alejado una distancia  $L/9$  de uno de sus extremos. De esta manera, se minimiza en el tono la presencia del noveno armónico, cuya frecuencia es disonante con la frecuencia fundamental, y que precisamente en ese lugar posee un nodo. En la figura 3.11, la intensidad de los distintos armónicos del piano muestra con claridad el fenómeno recién discutido: los armónicos de orden 9, 18, 27, 36, 45 (todos múltiplos de 9) aparecen con intensidades considerablemente disminuidas.

## 4.5 Evolución temporal del sonido

En un piano moderno, el sonido de las 68 notas de frecuencias más agudas es generado por un trío de cuerdas idénticas, afinadas en forma unísona. Por otra parte, las 20 notas de frecuencias más graves son generadas por pares de cuerdas o por

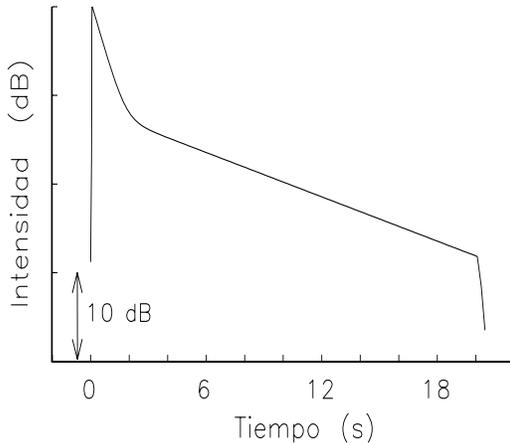


Figura 4.5: Evolución temporal de la intensidad del sonido de una nota de un piano.

cuerdas individuales. Esta duplicación y triplicación de las cuerdas genera una serie de efectos que determinan en buena medida el sonido característico del piano. El objetivo de las siguientes secciones es mostrar las consecuencias de esta duplicación y triplicación de las cuerdas.

Analicemos ahora la otra característica del timbre de un instrumento musical: la evolución temporal de la intensidad global de un tono. La figura 4.5 muestra el comportamiento típico de la intensidad del sonido de una nota de un piano, en función del tiempo. En la figura, los tiempos  $t = 0$  y  $t = 20$  s corresponden a los instantes en que el macillo golpea la cuerda y en que se suelta la tecla, respectivamente. Cada división de la escala vertical corresponde a una variación de la intensidad del sonido de 10 decibeles.

En la figura observamos que, a partir del instante  $t=0$ , la intensidad del sonido sube rápidamente hasta llegar a su intensidad máxima. Para una nota en la vecindad del *La* central, este tiempo de ataque

es menor que 0,05 s. Si en un sintetizador de sonidos que simula a un piano, el tiempo de ataque se modifica de manera que sea mayor o igual a 0,1 s, entonces decididamente el sonido será considerado una simulación insatisfactoria.

Después de llegar la intensidad del sonido a su máximo, comienza a decaer. En la figura 4.5 se observa que existen dos etapas bien diferenciadas para este decaimiento. Durante los primeros 2 o 3 segundos, el decaimiento de la intensidad es relativamente rápido (a una tasa de aproximadamente 8 decibeles por segundo). Posteriormente, la tasa de decaimiento de la intensidad es mucho menor (de sólo unos 2 decibeles por segundo). Al sonido emitido en la primera etapa lo llamaremos sonido *inmediato*, mientras que al de la segunda etapa lo llamaremos sonido *tardío*. El comportamiento temporal del sonido inmediato tiene cierto parecido con el de un xilófono, es decir, posee más bien las características de un instrumento de percusión; el sonido inmediato es intenso y se desvanece rápidamente. Algunos compositores como B. Bartok e I. Stravinsky, y también ejecutantes de jazz, como Chick Corea, hacen un uso extensivo de estas características percusivas del piano en sus composiciones.

Por otra parte, el sonido tardío es el que permite ejecutar melodías sostenidas en un piano. Si el decaimiento de los sonidos del piano después de los dos primeros segundos continuase a una tasa de 8 dB por segundo, el instrumento perdería en gran medida su característica *cantabile*.

Las restantes secciones del presente capítulo estarán destinadas a explicar el origen de los sonidos inmediato y tardío en el piano. Antes de dedicarnos a este tema, que resulta ser muy interesante

desde el punto de vista físico, deseamos discutir una última característica del sonido de un piano: el ruido mecánico generado por la percusión de los macillos contra las cuerdas.

El ruido mecánico es importante. Sorprendentemente, en un piano, para las notas agudas, el ruido mecánico que acompaña la generación del sonido es casi tan intenso como el tono generado. Los ejecutantes y los oyentes se han acostumbrado de tal manera a este ruido que no se percatan de su existencia —ha llegado a formar parte del “timbre” característico del piano. Al tratar de reproducir un tono de un piano con un sintetizador de sonidos, el resultado es insatisfactorio mientras no se le agregue ese ruido mecánico<sup>5</sup>.

Por último, ¿qué podemos decir respecto de la intensidad global del piano? La intensidad del sonido está directamente relacionada con la energía cinética de las cuerdas, es decir, con su energía de movimiento. Ésta, a su vez, es proporcional a la masa de la cuerda y al cuadrado de su velocidad. Claramente, estas dos magnitudes dependen directamente del largo de la cuerda. Cuanto más larga sea la cuerda, tanto mayor será su masa. También la máxima amplitud a que puede deformarse una cuerda — y, por consiguiente, la máxima velocidad que ella puede adquirir para oscilar con esa amplitud para una frecuencia dada— será proporcional a su largo. El argumento anterior muestra que si una cuerda se alarga al doble, entonces su máxima

energía aumenta en un factor de aproximadamente  $2^3 = 8$ . Un factor 8 en la potencia sonora disipada, de acuerdo a lo mostrado en la tabla 1.2, corresponde a un aumento en la intensidad del sonido de casi 10 decibeles. Mientras mayores son las dimensiones de un piano, tanto mayor es la intensidad del sonido que es posible generar con él.

#### 4.6 Vibraciones verticales y horizontales

El origen de los sonidos inmediato y tardío en un piano se debe a varias causas. Una de ellas, que analizaremos en esta sección, se relaciona con los movimientos vertical y horizontal de las cuerdas.

En un piano de cola, las cuerdas están tensadas horizontalmente y el macillo las golpea desde abajo. Por consiguiente, las cuerdas percutidas realizarán esencialmente oscilaciones verticales.

Es importante darse cuenta de que la cantidad de aire que puede poner en movimiento una cuerda es pequeña; como consecuencia de ello, la intensidad del sonido es reducida. Para aumentar la sonoridad del instrumento es necesario mover un área mucho mayor. Esto se logra transmitiendo el movimiento de la cuerda, a través del puente, hacia la tabla acústica.

Darse aire con un palillo de tejer es poco efectivo, aun cuando se lo agite violentamente. La cantidad de aire que uno pone en movimiento de ese modo es reducida. Para lograr nuestro propósito es mejor usar un objeto con un área mucho mayor; por ejemplo, un abanico.

El objetivo de la tabla acústica es precisamente ése, mover una gran área y, por consiguiente, una gran masa de aire,

<sup>5</sup>La mayoría de los sintetizadores de sonidos, a menos que sean muy sofisticados, no añaden el ruido mecánico al sonido que generan, siendo, por consiguiente, incapaces de simular adecuadamente un piano.

con la frecuencia de la cuerda. Este recurso, de una u otra manera, es usado prácticamente en todos los instrumentos de cuerda. Al transmitir el movimiento de la cuerda a una superficie mucho más grande, se logra una magnificación considerable de la intensidad del sonido. Sin embargo, este aumento de la sonoridad no se obtiene gratuitamente. Debido a la fricción con el aire, el movimiento de la tabla acústica y, por ende, también el de la cuerda, son atenuados. Por una parte, la tabla acústica aumenta la intensidad del sonido, pero, por otra, aumenta la tasa de decaimiento de éste, atenuándolo más rápidamente.

El intenso sonido inmediato en un piano de cola tiene su origen en el movimiento vertical de las cuerdas. Su decaimiento rápido se debe a la disipación de energía sonora por la tabla acústica.

Sin embargo, las cuerdas en el piano también oscilan horizontalmente, claro que con una amplitud muy pequeña. Tales oscilaciones tienen su origen en irregularidades apenas notorias del macillo y en otras imperfecciones de construcción del instrumento. Contrariamente a lo que ocurre con el movimiento vertical, el movimiento horizontal no es transmitido a la tabla acústica; de hecho, la tabla acústica puede oscilar vertical y pero no horizontalmente. Por consiguiente, el movimiento horizontal de las cuerdas es atenuado de manera mucho más lenta. Tarde o temprano este movimiento se vuelve importante, pudiendo incluso llegar a ser dominante por sobre el movimiento vertical (esta situación se daría con seguridad si el piano tuviese sólo una cuerda por nota).

Algo análogo se observa en la guitarra. Si la cuerda se pulsa en dirección perpendicular a la placa superior, su osci-

lación es rápidamente transmitida a dicha placa, resultando un sonido intenso, que decae rápidamente. Al pulsar la cuerda en dirección paralela a la placa, el sonido es de intensidad débil, pero perdura por mucho más tiempo. Al pulsar la cuerda en “diagonal” se obtiene un diagrama de intensidad en función del tiempo con los mismos rasgos mostrados en la figura 4.5 para el piano: un decaimiento rápido seguido por un sonido tardío que decae más lentamente.

#### 4.7 El movimiento de péndulos acoplados

Para visualizar el movimiento de cuerdas unísonas acopladas y comprender los sorprendentes efectos que en tal sistema pueden presentarse, es útil considerar primero algunos sistemas mecánicos simples, que el lector puede fácilmente construir, con el fin de estudiarlos.

Un dispositivo interesante consiste en dos péndulos idénticos (dos masas iguales colgadas de hilos de la misma longitud). Al tener dos péndulos sin ninguna interacción entre ellos, cada uno oscilará en forma completamente independiente. Sin embargo, cuando existe alguna interacción entre ellos, aunque sea muy pequeña, pueden producirse efectos novedosos.

En el montaje experimental mostrado en la figura 4.6, este acoplamiento entre los dos péndulos se consigue por medio de un hilo transversal que los une. (Es conveniente que el hilo transversal sea algo más corto que la distancia entre los dos péndulos y que se anude no demasiado lejos de los soportes.)

Al permitir que los dos péndulos oscilen con la misma amplitud y en fase o en contrafase, es decir, desviándose simultáneamente en la misma dirección

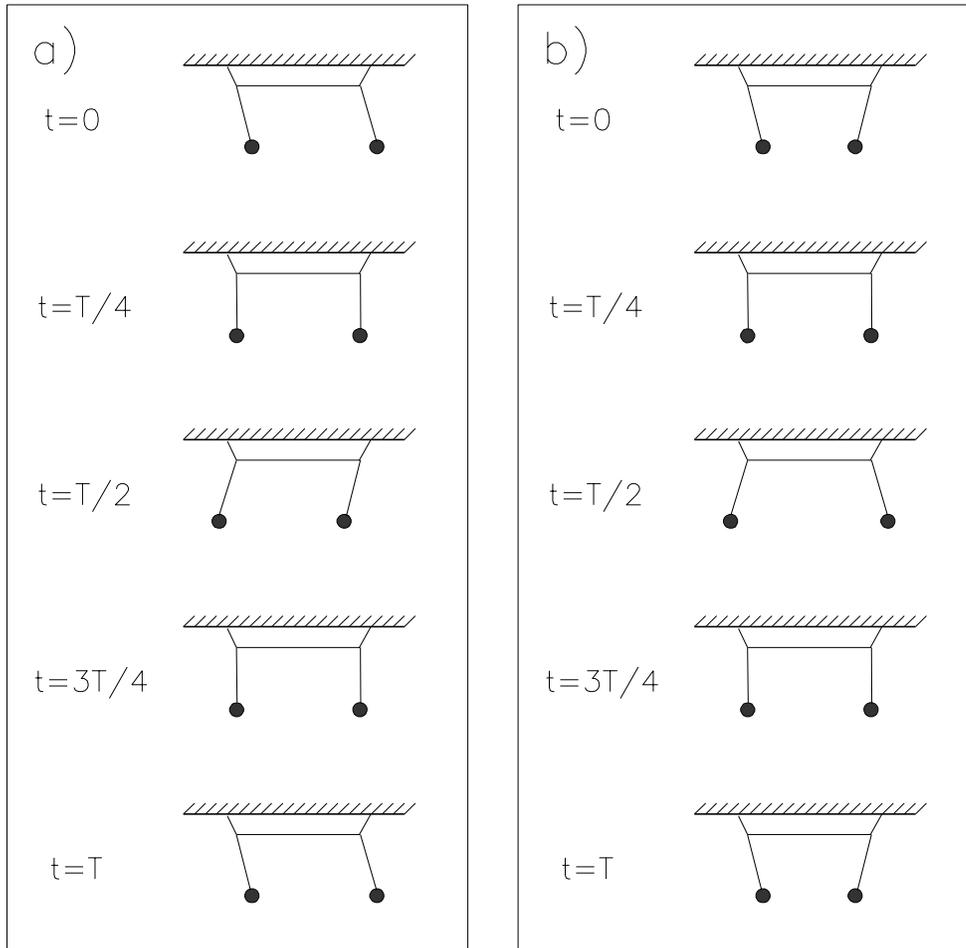


Figura 4.7: Los dos péndulos acoplados oscilando en fase (a) y en contrafase (b).

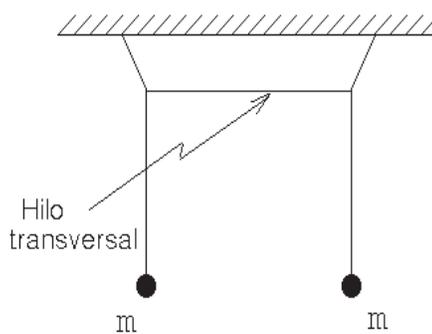


Figura 4.6: Dos péndulos acoplados.

(ver figura 4.7a) o en direcciones opuestas (figura 4.7b), no ocurre nada que llame especialmente la atención. Los dos péndulos oscilarán regularmente (ver figura 4.8). En el lenguaje técnico se dice que el sistema, en cada uno de estos casos, está oscilando en uno de sus *modos normales*. Notemos, sin embargo, que las frecuencias de oscilación de los dos modos normales no son exactamente iguales. Realizando mediciones, es fácil demostrar que la frecuencia de oscilación del

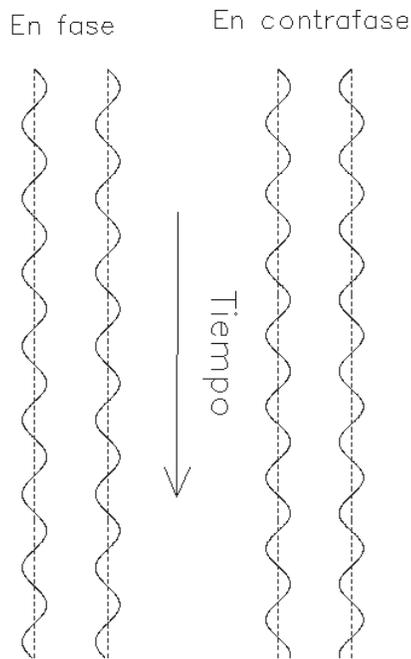


Figura 4.8: Representación gráfica de las amplitudes de los dos péndulos acoplados oscilando en fase y en contrafase.

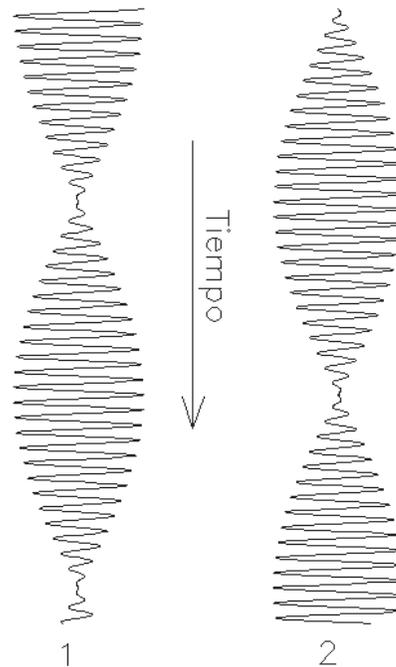


Figura 4.9: Representación gráfica de las amplitudes de dos péndulos acoplados si inicialmente toda la energía está radicada en uno de ellos.

modo antisimétrico (en contrafase) es levemente superior a la frecuencia con que oscila el sistema en el modo simétrico (en fase).

Algo novedoso ocurre recién cuando inicialmente sólo uno de los dos péndulos está en movimiento. En ese caso, debido a la interacción producida entre ambos por el hilo transversal, el péndulo que inicialmente estaba en reposo comenzará a oscilar, incrementando paulatinamente su amplitud. Este proceso continúa hasta que el primer péndulo se detiene y toda la energía del sistema se radica en el segundo. De ahí en adelante, el problema se revierte: el primer péndulo comienza a recuperar energía a costa del segundo, hasta llegar nuevamente a la si-

tuación inicial (en la que sólo oscila el primero, estando el segundo en reposo). La figura 4.9 muestra para este caso el comportamiento de la amplitud de los dos péndulos a medida que transcurre el tiempo.

Esta transferencia completa de la energía entre dos osciladores idénticos acoplados, es un fenómeno general; siempre ocurre, aun cuando el acoplamiento sea extremadamente débil. A medida que la interacción entre dos osciladores idénticos se hace más pequeña, el sistema simplemente tarda más tiempo en transferir la energía.

#### 4.8 El movimiento de cuerdas acopladas en un piano

Volvamos a las cuerdas del piano. Como ya hemos mencionado, para la mayoría de las notas de un piano, al presionar la tecla respectiva, el macillo percute simultáneamente dos o tres cuerdas unísonas. Para simplificar la explicación, en esta sección supondremos que, para cada nota, el macillo percute sólo dos cuerdas unísonas. Lo importante es darse cuenta de que dos cuerdas unísonas en un piano no constituyen osciladores independientes: sus movimientos están acoplados por el simple hecho de estar apoyadas sobre el mismo puente. Si sólo ponemos en movimiento una de ellas, ésta pondrá en movimiento al puente que, a su vez, transmite las oscilaciones a la tabla acústica. El movimiento del puente, por otra parte, hará que la otra cuerda comience a oscilar. Si no fuese por la atenuación debida a la tabla acústica por causa de la irradiación sonora, la situación sería prácticamente idéntica a la del ejemplo de los dos péndulos acoplados analizado en la sección anterior.

La atenuación de las oscilaciones de las cuerdas y de la tabla sonora introduce un ingrediente adicional y fundamental en el problema. Para comprender lo que ocurre en este caso es útil simular el problema con un sistema de péndulos (ver figura 4.10). Ahí dos péndulos idénticos, que representan a las dos cuerdas unísonas, se cuelgan de un barra que, a su vez, también posee la libertad de oscilar. La barra simula la tabla sonora del piano. La atenuación que en un piano sufre la tabla sonora debido a la irradiación de energía sonora, en nuestro modelo la simulamos haciendo que la barra roce contra algún objeto (por ejemplo, contra dos varillas

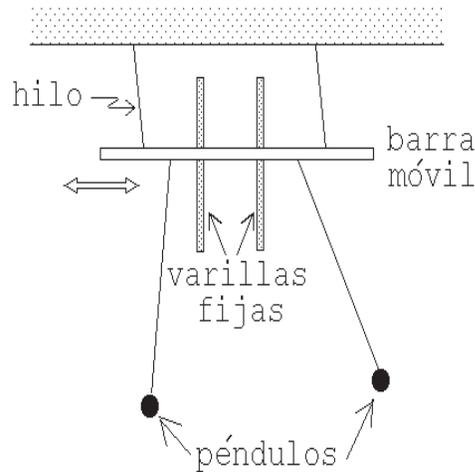


Figura 4.10: Sistema de péndulos simulando dos cuerdas acopladas en un piano.

fijas).

Ahora, al poner en movimiento uno de los dos péndulos (llamémoslo péndulo # 1), se observará un fenómeno bastante complejo:

- i) El péndulo # 1 oscilará inicialmente con una amplitud grande, poniendo en movimiento a la barra transversal.
- ii) La barra transversal, a su vez, comenzará paulatinamente a poner en movimiento al péndulo # 2.
- iii) Que la barra oscile y roce significa que, en el piano, hay una fuerte generación de sonido. El roce paulatinamente atenúa las oscilaciones de la barra (en el piano, esto significa que la intensidad del sonido disminuye).
- iv) Después de un rato se observará que los dos péndulos oscilan con la misma amplitud, pero en contrafase. Este movimiento de los péndulos,

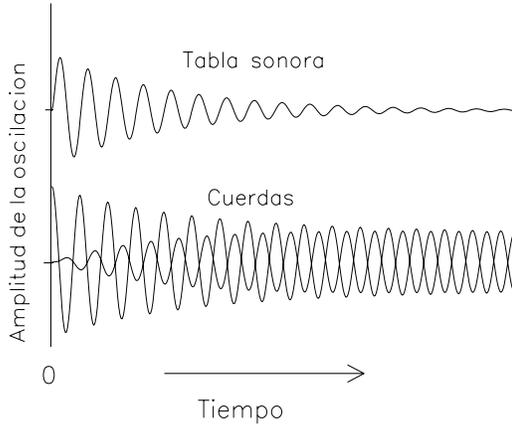


Figura 4.11: Movimiento de las cuerdas y de la tabla sonora al usar el pedal una corda en un piano de cola.

uno en contra del otro, hace que la fuerza neta sobre la barra sea nula (en el piano, las cuerdas dejan de mover la tabla sonora). La energía sonora, de ahí en adelante, sólo proviene de las oscilaciones de las cuerdas; la tabla sonora se encontrará en reposo.

- v) La atenuación que sufren los péndulos en el modo antisimétrico es pequeña. En el piano se obtiene un sonido poco intenso, pero que decae lentamente.

La figura 4.11 muestra el comportamiento temporal de las oscilaciones de los dos péndulos (cuerdas) y la barra (tabla sonora) para la situación recién descrita. Lo que acabamos de describir es exactamente lo que ocurre cuando en un piano de cola se usa el pedal *una corda*. En ese caso, todo el clavijero se traslada a una pequeña distancia lateral, de manera que, al presionar una tecla, el macillo correspondiente percute sólo una de las cuerdas unísonas. El sonido que se obtiene es ini-

cialmente de una intensidad intermedia (es menos intenso que en el caso en que el macillo percute las dos o tres cuerdas unísonas a la vez). En un comienzo, la intensidad del sonido decae rápidamente (con la característica típica del sonido inmediato); sin embargo, después de muy poco tiempo hace su aparición en las cuerdas el modo antisimétrico. La tabla sonora deja de oscilar y, por lo tanto, la disipación de energía disminuye en forma sustancial. De esta manera hace su aparición el sonido *cantabile* del piano, esto es, un sonido no muy intenso, pero que decae lentamente (con los tiempos característicos del sonido tardío).

Así, con el pedal *una corda* se produce un sonido inmediato algo menos intenso, que es sobrepasado rápidamente por el sonido tardío: el piano canta. El pedal *una corda* atenúa la característica percusiva del piano, sin modificar la característica *cantabile*.

Los pianos verticales generalmente no poseen tal pedal. En éstos, como efecto de usar el pedal de la izquierda, los macillos se acercan a las cuerdas, adquiriendo, al presionar una tecla, una velocidad de impacto menor. También en este caso la intensidad del sonido inmediato disminuye. Pero, debido a que el macillo sigue percutiendo todas las cuerdas unísonas a la vez, el modo antisimétrico tarda en aparecer, siendo, por consiguiente, débil. O sea, contrariamente a lo que ocurre en los pianos de cola, tanto el sonido inmediato como el tardío disminuyen en intensidad.

Resumiendo:

*No sólo el movimiento horizontal de las cuerdas, sino también el movimiento vertical antisimétrico de dos cuerdas unísonas,*

*da origen al sonido tardío.*

Hacemos notar que este movimiento antisimétrico de cuerdas unísonas, en la práctica, no sólo aparece al usarse el pedal *una corda*, sino que, debido a imperfecciones en la construcción del piano, también aparece (aunque no en forma tan intensa) si todas las cuerdas unísonas correspondientes a una nota son percutidas simultáneamente.

Hay otro fenómeno curioso que también está relacionado con el movimiento antisimétrico de dos cuerdas y puede observarse fácilmente. Consideremos nuevamente el sistema mecánico mostrado en la figura 4.10 e impulsemos inicialmente sólo uno de los péndulos. Como ya hemos visto, después de transcurrido un cierto tiempo, los péndulos se encontrarán oscilando con la misma amplitud, pero en contrafase, y la barra transversal (que simula la tabla sonora), habrá dejado de moverse. Si ahora detenemos uno de los péndulos con la mano, nuevamente comenzará a moverse la barra transversal. La razón es obvia: la fuerza ejercida por uno de los péndulos sobre la barra ya no es compensada por el otro.

Una situación análoga a ésta ocurre con el piano. Supongamos que dos cuerdas están oscilando de manera antisimétrica, la cual, como vimos, es la situación que se establece aproximadamente unos 3 segundos después de haber sido percutidas con el macillo. Al apagar una de las cuerdas (por ejemplo, tocándola suavemente con un dedo), la otra cuerda nuevamente pondrá en movimiento a la tabla sonora. Como consecuencia de ello, y contrariamente a lo que uno hubiese pensado intuitivamente, el sonido aumentará de intensidad (recordemos que el movimiento de la tabla sonora mueve una gran

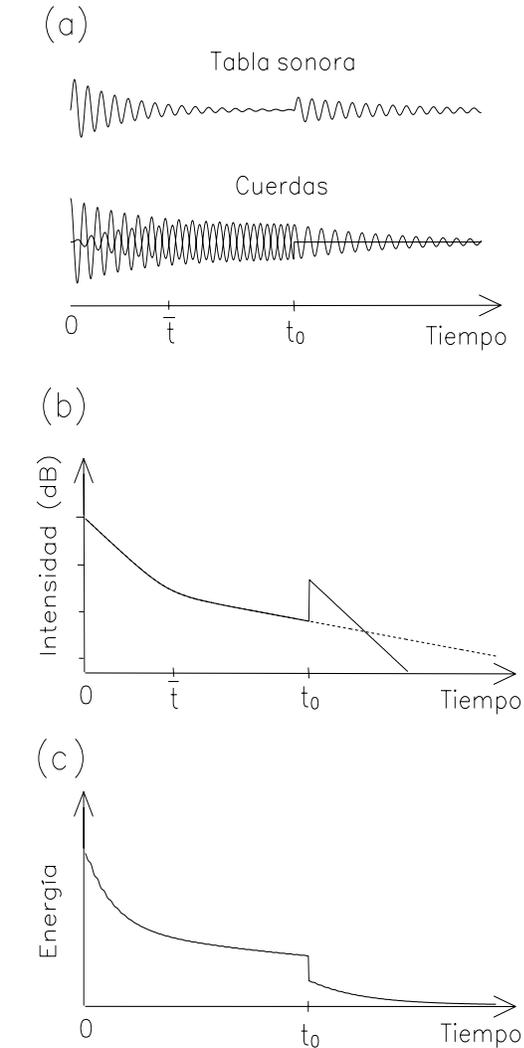


Figura 4.12: Evolución temporal del movimiento de la tabla sonora, del movimiento de las cuerdas, de la intensidad del sonido y de la energía total almacenada en las cuerdas, para la situación descrita en el texto.

masa de aire). También el roce será ahora nuevamente mayor y, por consiguiente, el sonido se atenuará con mayor rapidez.

La figura 4.12 muestra gráficamente los detalles de lo recién mencionado. Las curvas de la figura 4.12 (a) muestran las

intensidades de las oscilaciones de la tabla sonora y de las cuerdas del piano. Se está analizando un caso en que la nota del piano se ha hecho sonar usando el pedal *una corda*. Antes del instante  $\bar{t}$ , la cuerda percutida mueve fuertemente la tabla sonora y el sonido es intenso. El gran roce de la tabla sonora con el aire hace que el sonido se atenúe rápidamente. La figura 4.12 (b) muestra la intensidad del sonido emitido por el piano, mientras que la figura 4.12 (c) muestra la energía mecánica total de las cuerdas.

Después del instante  $\bar{t}$ , comienza a dominar el movimiento antisimétrico de las cuerdas, moviéndose cada cual con la misma intensidad y en contrafase. Este modo de oscilación de las cuerdas ya no mueve a la tabla sonora, siendo en consecuencia el sonido del piano menos intenso que en la primera fase. El hecho de que la tabla sonora no se mueva tiene como efecto colateral que también la disipación de energía sea mucho menor; la tasa de decaimiento del sonido es lenta y nos encontramos en la fase del sonido tardío.

En el instante  $t_0$  se apaga una de las cuerdas; la otra continúa oscilando. Nuevamente, la tabla sonora empieza a moverse (pues hay una fuerza neta sobre ella) y el sonido emitido por el piano aumenta bruscamente. Como también en ese caso el roce ha aumentado, la tasa de decaimiento del sonido nuevamente es la del sonido inmediato, es decir, se desvanece rápidamente (ver figura 4.12 (b)). Notemos cómo la energía que poseen las dos cuerdas disminuye a la mitad al “apagar” en el instante  $t_0$  una de ellas.

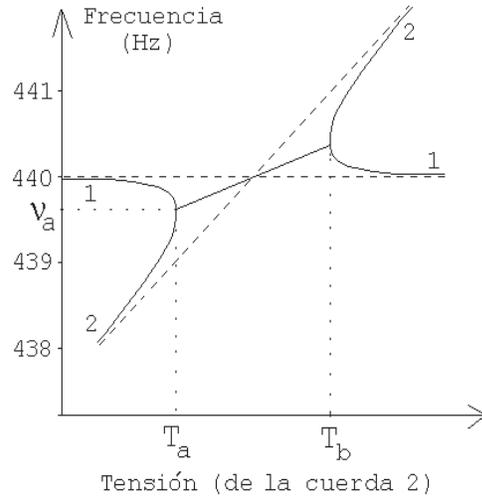


Figura 4.13: Frecuencias del sonido de dos cuerdas, en función de la tensión de una de ellas, cuando las cuerdas no están acopladas (línea entrecortada) y cuando están acopladas (línea continua).

#### 4.9 Afinación de un par de cuerdas unísonas

Consideremos dos cuerdas correspondientes a una única nota y pongámonos de acuerdo en no modificar la afinación de una de ellas. Al variar la tensión de la segunda cuerda, es obvio que cambia su afinación.

La figura 4.13 muestra, con líneas entrecortadas, el resultado que se tendría si el movimiento de una de las cuerdas fuese totalmente independiente del movimiento de la otra cuerda. Tal como se espera, al aumentar la tensión de la cuerda # 2, su frecuencia también aumenta. La frecuencia de la cuerda # 1, obviamente, se mantiene inalterada (línea entrecortada horizontal).

Pero, como ya sabemos, en un piano, las cuerdas no se mueven en forma independiente unas de las otras. Por estar montadas sobre el mismo puente, sus mo-

vimientos están acoplados.

Analicemos la situación que realmente se presenta en un piano. Para ello, consideremos dos cuerdas correspondientes a una misma nota ubicada en la vecindad del centro del piano; concretamente, supongamos que una de ellas está afinada a 440 Hz (o sea, el *La* concertino) y que la otra tiene inicialmente una afinación más baja en algunos Hz (estamos al lado izquierdo de la figura 4.13). Recordemos que para una nota de 440 Hz, la sensibilidad del oído para discriminar entre dos sonidos de distinta frecuencia es de aproximadamente un 0,3%. Si, para el *La* concertino, la diferencia entre las frecuencias de las dos cuerdas (al percutirlas por separado) es mayor que 2 Hz, un oído sensible se percatará. Aumentemos ahora progresivamente la tensión de la segunda cuerda, sin modificar la primera (en la figura 4.13 nos trasladamos paulatinamente hacia la derecha). Si la diferencia entre las frecuencias de las dos cuerdas es menor que, aproximadamente, 1,5 Hz, ya no es posible diferenciar sus sonidos cuando las notas se percuten por separado. Sin embargo, al percutir ambas cuerdas en forma simultánea, nuevamente es fácil percatarse de que están oscilando con frecuencias distintas, debido a los típicos *batimientos* (ver figura 2.13). Por ejemplo, cuando las dos cuerdas del *La* concertino difieren en 1 Hz, se escucha un batimiento cada segundo.

Analicemos ahora el efecto introducido por el acoplamiento del movimiento de las dos cuerdas. En un piano, debido a que las cuerdas están montadas sobre el mismo puente, la frecuencia de cada una de ellas es modificada por la presencia de la otra; la cuerda más grave aumenta y la más aguda disminuye levemente su

frecuencia. Este resultado se muestra, en la figura 4.13, con líneas continuas. Este efecto es mayor a medida que las frecuencias de las dos cuerdas por separado se hacen más parecidas. Los batimientos que se escuchan permiten determinar la diferencia de frecuencia con que realmente oscilan las dos cuerdas acopladas (y no la diferencia de frecuencia que ambas cuerdas poseen si se percuten separadamente). Al aumentar la tensión de la segunda cuerda, los batimientos se hacen cada vez más lentos, hasta llegar a un punto en que desaparecen (cuando la tensión es  $T_a$ ): las dos cuerdas de ahí en adelante oscilan con la misma frecuencia  $\nu_a$  (ver figura 4.13). Sin embargo, que las dos cuerdas oscilen juntas y que no se escuche ningún batimiento al percutirlas simultáneamente, no quiere decir que ambas oscilen con la misma frecuencia si se las hace oscilar por separado. De la figura 4.13 surge que hay todo un rango en el que podemos variar la tensión de la segunda cuerda, sin que las dos cuerdas juntas dejen de moverse en forma completamente unísona. Este fenómeno, en el lenguaje técnico, se denomina *phase-locking* y aquí lo llamaremos *trabadura de fases*. Para el *La* concertino en un piano, la trabadura de fases ocurre cuando la diferencia entre las frecuencias de las dos cuerdas por separado es menor que, aproximadamente, 0,3 Hz. En otras palabras, la frecuencia de la segunda cuerda (oscilando en forma independiente) se puede variar entre 439,7 y 440,3 Hz, sin que aparezcan batimientos al percutirlas simultáneamente. El hecho anterior, sin duda, facilita el afinamiento del piano.

De esto también se desprende que hay muchas maneras de afinar dos cuerdas de modo que, al percutirlas juntas, oscilen en forma unísona a 440 Hz. Por

ejemplo, una manera sería conseguir que ambas cuerdas oscilen por separado a 440 Hz. Otra manera de lograrlo es afinar una de ellas a 440,1 Hz y la otra a 439,9 Hz. Debido a la trabadura de fases, ambas cuerdas oscilarán al unísono al percutirlas simultáneamente. Aunque las dos maneras de afinar las cuerdas dan un resultado idéntico con respecto a la frecuencia resultante, sí hay una diferencia en la forma como decae la intensidad del sonido en ambos casos. En el primer caso, el sonido inmediato decae de manera rápida y el sonido tardío lo hace en forma lenta. A medida que las frecuencias

de las dos cuerdas individuales se alejan (sin que dejen de oscilar en forma unísona al ser percutidas simultáneamente), el sonido inmediato, a la vez que disminuye su intensidad, decaerá cada vez menos rápidamente. Lo contrario ocurre con el sonido tardío: éste aumentará su intensidad y también su tasa de decaimiento. Es muy posible que un buen afinador de piano, en forma consciente o inconsciente, use este grado de libertad que tiene a su disposición para compensar las irregularidades artesanales que posee cada instrumento, con el fin de lograr un sonido más parejo en intensidad y tiempo de decaimiento.

# Capítulo 5

## Oscilaciones de una columna de aire

En numerosos instrumentos musicales, los *instrumentos de viento*, el sonido no es producido por una vibración mecánica de alguna de sus partes, sino directamente por las oscilaciones de una “columna” de aire<sup>1</sup>. Para poder comprender las características más relevantes de esta importante familia de instrumentos, es indispensable analizar brevemente algunos aspectos físicos de las oscilaciones de una columna de aire; ése es el objetivo central del presente capítulo. Deduciremos las frecuencias de los distintos modos mediante razonamientos físicos que podrían no ser del todo fáciles para un lector no habituado a ellos, a quien recomendamos pasar directamente a la tabla 5.1. En ella se muestran las secuencias de frecuencias de las oscilaciones del aire en cilindros cerrados por ambos extremos, cerrados por uno y abiertos por el otro, y abiertos por ambos; se incluyen, además, la del cono abierto.

### 5.1 El Boerófono

Sin duda, el “instrumento” de viento más simple desde el punto de vista físico es el que llamaremos *Boerófono* (en honor a

---

<sup>1</sup>Entenderemos por “columna” de aire al aire que se encuentra en el interior de un tubo recto o curvo.

Jorrit de Boer, quien fue el que lo introdujo con el fin de ilustrar las oscilaciones de una columna de aire a personas que se enfrentan con este tópico por primera vez). El Boerófono consiste en un tubo cilíndrico de largo  $L$ , dotado de una boquilla o embocadura de trombón en uno de los extremos, y cerrado con una tapa en el otro extremo. La embocadura tiene un pequeño orificio que permite inducir (igual que en una trompeta) oscilaciones de la columna de aire. En realidad, también la tapa del otro extremo tiene un pequeño orificio, destinado a poder escuchar las frecuencias de los sonidos generados. Sin embargo, para todos los efectos prácticos, la columna de aire presente en el interior del Boerófono se puede considerar como completamente encerrada. El sonido que genera este instrumento es difícil de escuchar, siendo, desde el punto de vista musical, un instrumento totalmente inútil.

Las oscilaciones de una columna de aire cilíndrica completamente encerrada son en muchos aspectos análogas a las oscilaciones de una cuerda con ambos extremos fijos. La diferencia más importante entre estos dos sistemas es que, en un caso, la cuerda realiza oscilaciones transversales, mientras que, en el otro, la masa de aire realiza oscilaciones longitudinales.

Que la oscilación de la columna de aire sea longitudinal significa que, en el interior del cilindro, las moléculas de aire realizan un movimiento colectivo, consistente en desplazamientos paralelos al eje de la columna. En los demás aspectos, las oscilaciones de una columna de aire cerrada en ambos extremos, que denotaremos por  $c-c$ , y las oscilaciones de una cuerda con ambos extremos fijos, tienen muchas semejanzas. En efecto:

1. Tanto en la cuerda como en la columna de aire, el movimiento es nulo en los extremos. En el Boerófono, en la vecindad de la embocadura, como también en la de la tapa ubicada al otro extremo, el aire prácticamente no se mueve.
2. Ambos sistemas poseen varios modos de oscilación, llamados modos normales o armónicos. Estos modos tienen frecuencias múltiplos de la del modo de oscilación fundamental (o primer armónico). La figura 5.1 da una idea de cómo oscila el aire en el interior de la columna en el modo fundamental y en el segundo modo normal.
3. La ecuación 3.3 es válida para ambos casos, es decir, la longitud de onda de la oscilación correspondiente al  $n$ -ésimo modo está dada por

$$\lambda_n = \frac{2L}{n} .$$

Notemos que la frecuencia del  $n$ -ésimo modo coincide con la del  $n$ -ésimo armónico. Por esta razón, en este caso particular (no así en otros) puede usarse el concepto de *armónico* para referirse al *modo*.

4. La relación que existe entre la frecuencia  $\nu$  y la longitud de onda  $\lambda$ , en ambos casos, también es dada por la misma ecuación, esto es,

$$\lambda = \frac{v}{\nu} . \quad (5.1)$$

Para la columna de aire,  $v$  es la velocidad del sonido en ese medio.

A partir de las dos últimas ecuaciones deducimos que

$$\nu_n = n \frac{v}{2L} , \quad (5.2)$$

es decir, la frecuencia es inversamente proporcional al largo del tubo. Cuanto más larga la columna, tanto más grave es el sonido que puede emitir un instrumento.

En la figura 5.2 se muestra la presión del aire en el interior de la columna, cuando ésta oscila en el modo fundamental y en el segundo armónico. La presión es alta (por encima de la presión ambiental  $p_0$ ) si el aire está comprimido, y baja, cuando está enrarecido. Así, los dos gráficos mostrados en la figura 5.2 están estrechamente correlacionados con las situaciones mostradas en la figura 5.1.

Por otra parte, la velocidad del aire para una columna de aire  $c-c$  siempre es nula en los extremos. En la figura 5.3, velocidades positivas indican que el aire se mueve hacia la derecha; velocidades negativas, que se mueve hacia la izquierda. Cuando la presión alcanza uno de sus valores extremos (es decir, es mínima o máxima), el aire se encontrará momentáneamente en reposo. Algo similar ocurre con las oscilaciones de una cuerda (o las oscilaciones de un columpio): cuando el desplazamiento desde su posición de equilibrio es máximo, el sistema se encontrará momentáneamente en reposo.

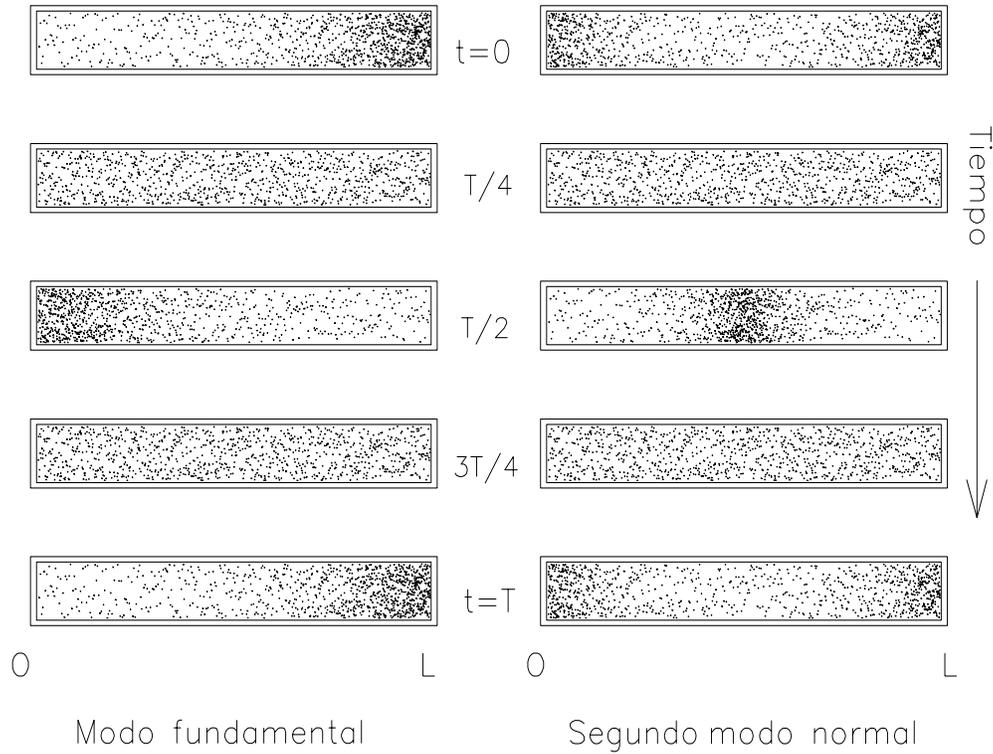


Figura 5.1: Movimiento del aire en una columna cerrada en ambos extremos si ésta oscila en el modo fundamental y en el segundo armónico.  $T$  es el período del movimiento.

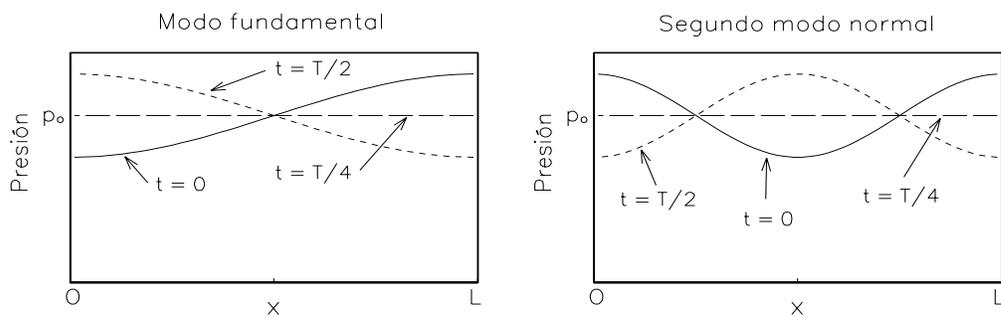


Figura 5.2: Presión del aire a lo largo del cilindro para dos modos de oscilación de una columna de aire cerrada en ambos extremos.

Volvamos a la ecuación 5.2. De ella se desprende que la frecuencia de oscilación del modo fundamental, es decir, cuando  $n = 1$ , solamente depende de la

velocidad del sonido en el aire y del largo de la columna de aire. Como la velocidad del sonido no la podemos variar a nuestro arbitrio, se deduce que el largo  $L$  del

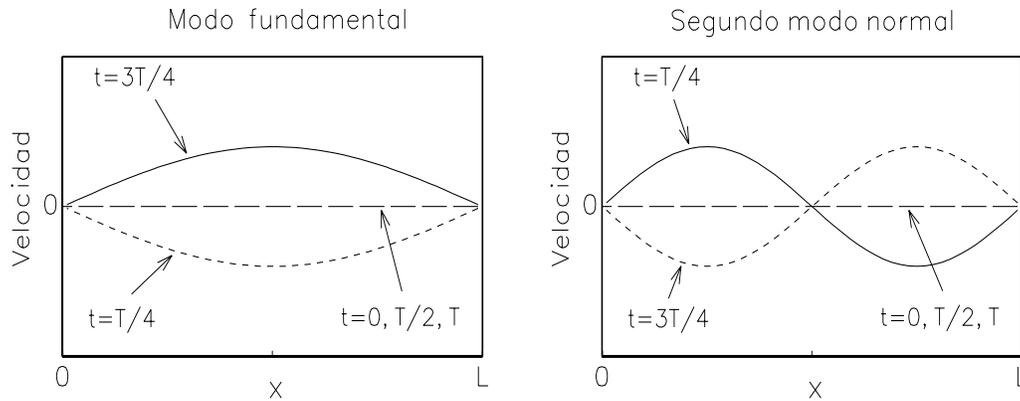


Figura 5.3: Velocidad del aire a lo largo del cilindro para dos modos de oscilación de una columna de aire  $c-c$ .

cilindro determina completamente la frecuencia del modo fundamental. En este aspecto, las oscilaciones de una columna de aire sí difieren de las de una cuerda tensada. En el último caso, la frecuencia de oscilación depende no sólo de su largo, sino también de su densidad y de su tensión, magnitudes ambas que podemos variar en un amplio rango.

Un hecho que debe tenerse en cuenta es que la velocidad del sonido en el aire depende levemente de su temperatura y humedad. Como vimos en la sección 1.4, la velocidad del sonido, a una temperatura de  $0^\circ\text{C}$ , es de  $331\text{ m/s}$  y se acrecienta en  $0,6\text{ m/s}$  por cada grado en que aumenta la temperatura. Al variar la temperatura en  $10^\circ\text{C}$ , la velocidad del sonido varía en  $6\text{ m/s}$  (o sea, en aproximadamente un  $2\%$ ). Por otra parte, una variación de un  $2\%$  de la velocidad del sonido induce, a su vez, una variación de  $2\%$  en la frecuencia del sonido, efecto de ninguna manera despreciable: un incremento en frecuencia de un  $2\%$ , para un sonido de  $440\text{ Hz}$ , lo lleva a tener  $449\text{ Hz}$ , volviéndose así claramente desafinado con el *La* concertino.

El problema analizado en el párrafo anterior es bien conocido por los instrumentistas de viento: a medida que el instrumento se calienta, su frecuencia sube. Por esta razón, todo instrumento de viento debe contemplar algún mecanismo que permita afinarlo, es decir, que permita variar globalmente su frecuencia en aproximadamente un cuarto de tono.

La humedad del aire también afecta la afinación de un instrumento de viento, aun cuando este efecto es de menor importancia que el de la temperatura.

## 5.2 Columna de aire abierta en un extremo

En esta sección estudiaremos las oscilaciones que pueden generarse en una columna de aire cilíndrica, cerrada en un extremo y abierta en el otro, que denotaremos por  $c-a$ .

La clave para poder analizar este problema consiste en darse cuenta de que el aire ubicado en la vecindad del extremo abierto del cilindro, por estar en contacto con el exterior, estará (en primera apro-

ximación) sometido en todo instante la presión atmosférica.

Ahora notemos que en el Boerófono, cuando la columna de aire oscila en el modo fundamental, la presión en el centro nunca varía, coincidiendo siempre con la presión atmosférica  $p_0$  (ver figuras 5.1 y 5.2). Esto significa que, si el Boerófono oscila en su modo fundamental, lo podemos cortar por la mitad, y alejar una de las mitades sin que se modifique el modo de oscilación en la parte restante. En particular, no hay cambio de la longitud de onda y, por consiguiente, tampoco en la frecuencia. Ahora bien, en el Boerófono, la longitud de onda del modo fundamental es el doble del largo  $L$  (ver figura 5.3). Al cortarlo por la mitad, la longitud de onda del modo fundamental resulta ser cuatro veces el largo  $L'$  del cilindro que queda, es decir  $\lambda = 4L'$ .

La mitad de un Boerófono es precisamente un cilindro  $c-a$ . De esta manera, hemos encontrado la frecuencia  $\nu$  de las oscilaciones correspondientes al modo fundamental ( $n=1$ ) de tal sistema:

$$\nu_1 = \frac{v}{4L'}$$

La figura 5.4 muestra la velocidad del aire y la presión en el interior del tubo (cerrado en el extremo en  $O$  y abierto en  $L'$ ). Notemos que estas figuras coinciden exactamente con la mitad izquierda de las correspondientes al modo fundamental del Boerófono, mostradas en las figuras 5.2 y 5.3.

Para obtener el segundo armónico del sistema  $c-a$  podemos usar un “truco” parecido. Notemos que en el Boerófono, al oscilar en el segundo armónico (ver figura 5.2), en los lugares  $L/4$  y  $3L/4$ , la presión nunca varía, coincidiendo siempre con la atmosférica. Al oscilar en el Boe-

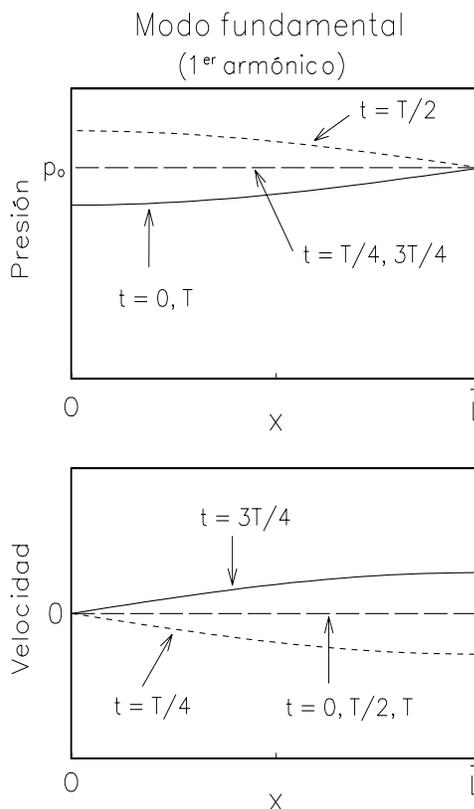


Figura 5.4: Velocidad del aire y presión a lo largo del cilindro, para el modo de oscilación fundamental de una columna de aire  $c-a$ .

rófono la columna de aire en este modo, podemos cortar el tubo en el lugar  $3L/4$  y descartar la parte más corta, sin modificar las vibraciones del aire en el interior de la parte más larga. Podemos entonces encontrar la frecuencia de oscilación para el segundo armónico de una columna de aire cilíndrica  $c-a$ . Designemos su longitud con la letra  $L'$ . A partir de la figura 5.3 se deduce que  $3\lambda/4 = L'$ . La frecuencia de este *segundo armónico* es, por lo tanto,

$$\nu_2 = \frac{v}{\lambda} = \frac{3v}{4L'} = 3\nu_1$$

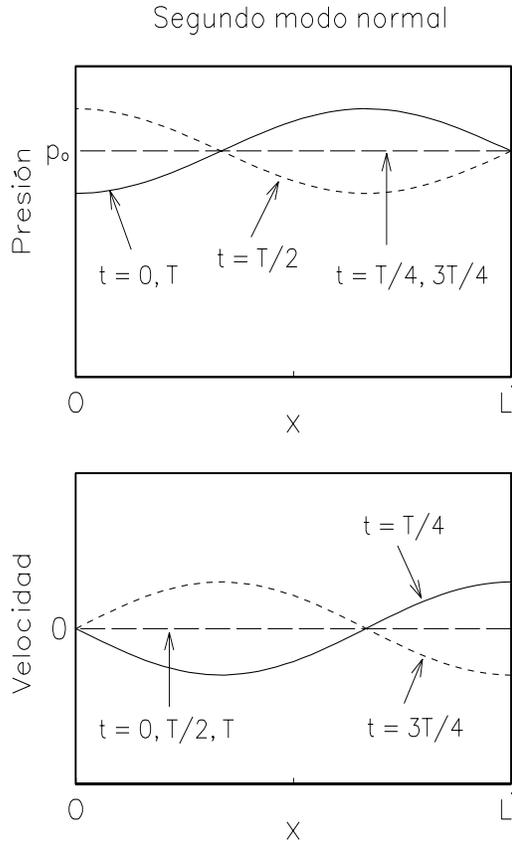


Figura 5.5: Velocidad del aire y presión a lo largo del cilindro, para el segundo modo normal de una columna de aire cerrada en el extremo  $O$  y abierta en el extremo  $L'$ .

Continuando del mismo modo, se encuentran las frecuencias de todos los demás modos de oscilación de una columna de aire  $c-a$ . Las frecuencias posibles resultan ser los múltiplos impares de la frecuencia del modo fundamental  $\nu_1 = v/(4L)$ , es decir:

$$\nu_n = (2n - 1) \frac{v}{4L} = (2n - 1) \nu_1, \quad (5.3)$$

con  $n = 1, 2, 3, \dots$

Las figuras 5.5 y 5.6 muestran la presión y velocidad del aire dentro del cilindro cuando la columna oscila en el se-

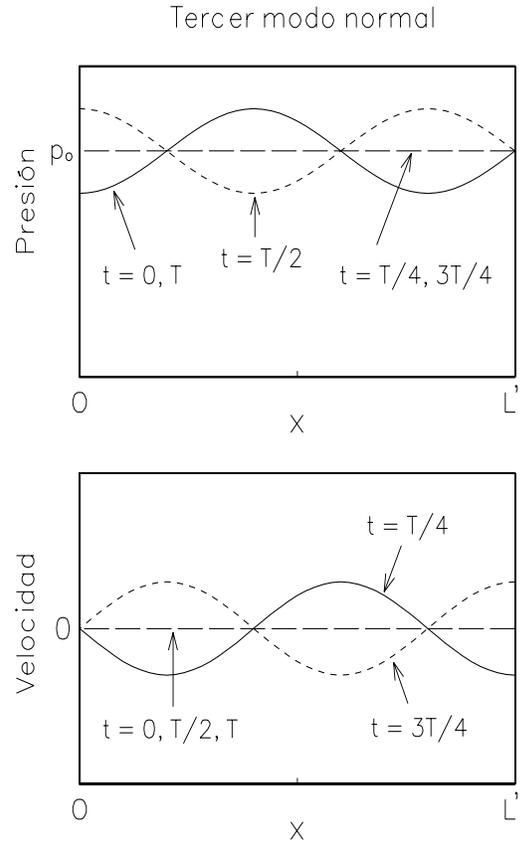


Figura 5.6: Velocidad del aire y presión a lo largo del cilindro, para el tercer modo normal de una columna de aire cerrada en el extremo  $O$  y abierta en el otro.

gundo ( $n=2$ ) y tercer ( $n=3$ ) modo normal, respectivamente.

### 5.3 Columna de aire abierta por ambos extremos

Analícemos ahora las oscilaciones que pueden generarse en una columna de aire cilíndrica  $a-a$  (abierta en ambos extremos).

En este caso, en la vecindad de ambos extremos (abiertos) del cilindro, la presión del aire será en todo instante

igual a la presión atmosférica  $p_0$ . Nuevamente podemos descubrir cuáles serán los modos de oscilación en este caso, cortando el Boerófono en lugares apropiados (donde la presión es  $p_0$ ).

En la figura 5.2 se observa que el modo fundamental del Boerófono no posee dos nodos de presión, es decir, lugares en que la presión del aire no varíe, pero que el segundo armónico sí los tiene. Cortemos el Boerófono (al oscilar en el segundo armónico) en los lugares  $x = L/4$  y  $x = 3L/4$ . De este modo, la sección central dará el modo fundamental de un tubo cilíndrico  $a-a$  de largo  $\bar{L} = L/2$ . Notemos que  $\lambda = 2\bar{L}$ , o sea, la longitud de onda es dos veces el largo  $\bar{L}$ . La frecuencia del modo fundamental para un tubo abierto en ambos extremos estará dada por (ver ecuación (5.1))

$$\nu_1 = \frac{v}{\lambda} = \frac{v}{2\bar{L}} ,$$

resultado que coincide con el obtenido para el Boerófono. La figura 5.7 muestra la presión y la velocidad del aire para el modo de oscilación fundamental en el interior de una columna cilíndrica  $a-a$ .

Para obtener el segundo armónico, es casi evidente que la columna de aire tendrá un nodo de presión adicional en el centro. La figura 5.8 muestra cómo se comportan la presión y la velocidad del aire en este caso. La longitud de onda del segundo armónico coincide con el largo  $\bar{L}$  del tubo, siendo la frecuencia  $\nu_2 = 2\nu_1$ .

Continuando de esta manera se encuentra que, para el caso de un cilindro abierto en ambos extremos, las frecuencias de los distintos modos de oscilación son expresadas por

$$\nu_n = n \frac{v}{2\bar{L}} = n\nu_1 , \quad (5.4)$$

con  $n = 1, 2, 3, \dots$

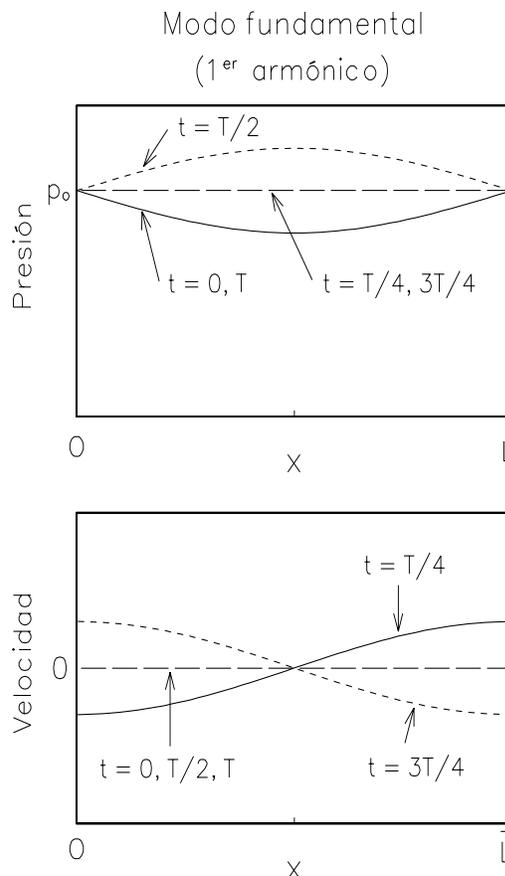


Figura 5.7: Velocidad del aire y presión a lo largo de una columna oscilando, en el modo fundamental, en el interior de un cilindro abierto en ambos extremos.

#### 5.4 Oscilaciones del aire en el interior de un cono

Hasta aquí sólo hemos considerado oscilaciones de columnas de aire cilíndricas.

Nada nos impide estudiar las oscilaciones de masas de aire envueltas en otras figuras geométricas. Sin embargo, tal estudio carece de interés para una figura cualquiera. En prácticamente todos los instrumentos de viento (sobre todo en los de madera), el sonido tiene su origen en

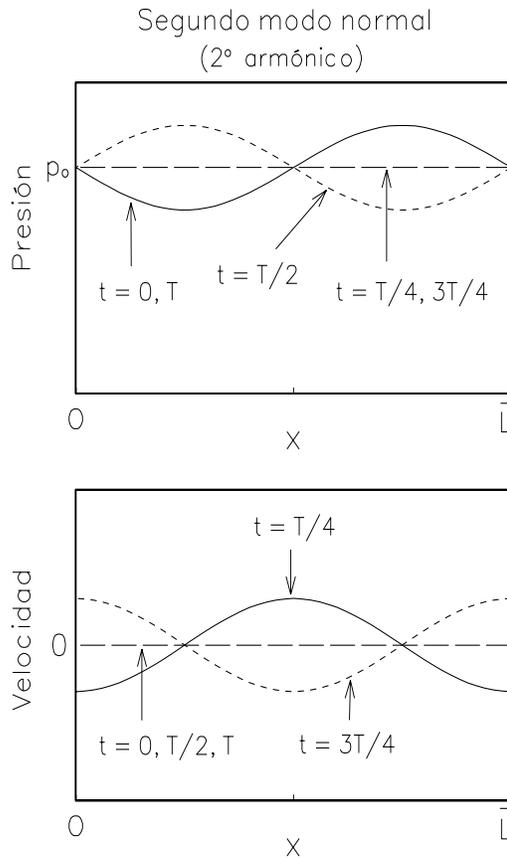


Figura 5.8: Velocidad del aire y presión a lo largo de una columna que oscila, en el segundo armónico, en el interior de un cilindro abierto en ambos extremos.

las oscilaciones de masas de aire que, en primera aproximación, son cilindros o conos. Por esta razón discutiremos en seguida el caso cónico.

Para encontrar las frecuencias de los distintos modos normales de oscilación dentro de un cono, introduciremos previamente el concepto de *ondas esféricas*. ¿Qué es una onda esférica? Al perturbar la superficie de un líquido en un punto se genera una onda circular. Una onda esférica es el análogo, pero en nuestro es-

pacio tridimensional. Si perturbamos la densidad del aire en un lugar, esta perturbación de presión se propagará en todas las direcciones del espacio, generando una *onda esférica*. Por supuesto, la intensidad del sonido de tal onda disminuirá a medida que ella se aleja de la fuente.

En un líquido, al perturbar su superficie de manera periódica con frecuencia  $\nu$ , se generará una sucesión de ondas circulares que se alejarán, dando lugar a círculos cada vez mayores. Lo importante para nuestros propósitos es que la distancia entre dos máximos consecutivos, es decir, la longitud de onda, no cambia a medida que la onda se aleja, siendo dada por la relación usual:  $\lambda = v/\nu$ .

Algo análogo sucede al perturbar el aire periódicamente. En ese caso se generará una sucesión de regiones (ondas esféricas) en que el aire estará alternadamente más comprimido y más enrarecido. Tales regiones se alejarán de la fuente sonora con la velocidad de propagación  $v$ . Para una frecuencia dada, la longitud de onda de estas ondas esféricas es la misma que la de las *ondas planas* en un cilindro.

Una onda esférica puede generar los mismos efectos de los otros fenómenos ondulatorios ya analizados, en particular, pueden reflejarse y generar ondas estacionarias. En particular, la separación entre nodos será la misma para ondas esféricas que para ondas planas.

Ahora notemos que un cono es parte de una esfera, estando las paredes del cono orientadas a lo largo de los radios de la esfera. En las ondas sonoras esféricas, las pequeñísimas oscilaciones de las moléculas del aire ocurren en la dirección radial; por lo tanto, la introducción de una pared a lo largo de los radios, en primera aproximación, no afecta el movimiento de las moléculas. Se concluye

Tabla 5.1: Frecuencias de los distintos modos de oscilación de una columna de aire en el interior de un cilindro de largo  $L$  y en un cono de altura  $L$ .

Modo de oscilación	$n$	Cilindro $c-c$	Cilindro $c-a$	Cilindro $a-a$	Cono abierto
Fundamental	1	$\nu_1$	$\nu_1$	$\nu_1$	$\nu_1$
2 <sup>o</sup> modo	2	$2\nu_1$	$3\nu_1$	$2\nu_1$	$2\nu_1$
3 <sup>er</sup> modo	3	$3\nu_1$	$5\nu_1$	$3\nu_1$	$3\nu_1$
4 <sup>o</sup> modo	4	$4\nu_1$	$7\nu_1$	$4\nu_1$	$4\nu_1$
5 <sup>o</sup> modo	5	$5\nu_1$	$9\nu_1$	$5\nu_1$	$5\nu_1$
Frecuencia del modo fundamental	1	$\nu_1 = v/2L$	$\nu_1 = v/4L$	$\nu_1 = v/2L$	$\nu_1 = v/2L$
Frecuencia del modo $n$	$n$	$\nu_n = n\nu_1$	$\nu_n = (2n-1)\nu_1$	$\nu_n = n\nu_1$	$\nu_n = n\nu_1$

que los modos de oscilación dentro de un cono de largo  $L$  coinciden con las de las ondas esféricas que pueden darse en una cavidad esférica de radio  $L$ .

Los modos de oscilación que nos interesan son los posibles en una cavidad cónica de altura  $L$ , abierta en la base. Por sobrepasar el marco del presente libro, no describiremos los detalles de cómo varían la presión y la velocidad del aire en el interior del cono, para los distintos modos, sino que nos limitaremos a dar sólo sus frecuencias.

Como resultado del análisis recién hecho, ya no nos asombra que las frecuencias de los distintos modos de oscilación en el interior de un cono de altura  $L$ , abierto en la base, resulten ser idénticas a las de un cilindro de largo  $L$  abierto por ambos extremos, es decir,

$$\nu_n = n \frac{v}{2L} = n \nu_1 \quad ,$$

con  $n = 1, 2, 3, \dots$

### Resumen:

La tabla 5.1 recapitula los resultados de las secciones anteriores.

Los “espectros” del cilindro con ambos extremos cerrados, del cilindro con ambos extremos abiertos y del cono abierto, son idénticos. Para el cilindro con un extremo abierto y uno cerrado, los distintos modos de oscilación tienen frecuencias que son múltiplos impares de la frecuencia del modo fundamental, siendo ésta (para un tubo del mismo largo) la mitad de la frecuencia del modo fundamental que se manifiesta en los tres casos anteriores.

Notemos que, en todos estos casos, las frecuencias de los distintos armónicos son múltiplos de la frecuencia del modo fundamental; musicalmente esto es de gran importancia, pues al menos los armónicos de orden más bajo resultan consonantes con la frecuencia fundamental. Si la masa de aire que oscila no tuviese la forma de un cilindro o de un cono, las frecuencias de los distintos modos de oscilación no serían necesariamente múltiplos de la frecuencia fundamental.

# Capítulo 6

## Los vientos de madera

Los instrumentos de viento pertenecen generalmente a una de estas dos grandes familias: los *vientos de madera* (flauta traversa, oboe, corno inglés, clarinete, fagot, etc.) y los *metales*<sup>1</sup> (trompeta, corno o trompa, tuba, trombón y otros). Conviene aclarar ante todo que contrariamente a lo que podría pensarse, el material de que está hecho un instrumento no se relaciona estrictamente con el nombre de la familia a la que pertenece. Existen instrumentos, en la familia de los vientos de madera, que usualmente se fabrican de metal (como, por ejemplo, la flauta traversa o el saxofón). A la inversa, también existen instrumentos de la familia de los metales que son confeccionados de madera, por ejemplo, la *trutruca*, instrumento musical usado por el pueblo mapuche, el Alphorn (corno alpino), el cornetto, etc. En este capítulo presentaremos las propiedades generales y las características de los vientos de madera.

### 6.1 Características

De lo dicho en el capítulo anterior se desprende que la frecuencia de una columna

---

<sup>1</sup>A los *metales* en algunos países se les conoce como *vientos de bronce* o *vientos de cobre*.

de aire, oscilando en algún modo en particular, depende del entero  $n$  que caracteriza al modo, y varía en forma inversamente proporcional a la longitud de tal columna.

Tenemos pues, a nuestra disposición, dos mecanismos que nos permiten variar la frecuencia del sonido emitido por un instrumento de viento: podemos modificar el largo  $L$  del instrumento o cambiar el modo de oscilación de la columna de aire (es decir, inducir oscilaciones correspondientes a otro valor de  $n$ ).

Una de las propiedades que caracteriza a los instrumentos de viento de madera es el uso extensivo de orificios a lo largo del manto que envuelve la columna de aire, para “acortar” el largo de la misma. En esta familia de instrumentos, sólo en un menor grado se recurre a los distintos modos de oscilación de la columna de aire para generar los diversos sonidos.

En los vientos de madera, la columna de aire del interior oscila usualmente en uno de los dos o tres modos de menor frecuencia. Al estar oscilando en el modo fundamental, se dice que se está usando el *registro grave*, mientras que al ser dominante el segundo o el tercer armónico, nos referiremos al *registro intermedio* o al *registro agudo*, respectivamente. Usando

sólo estos dos o tres modos de vibración de la columna de aire, las demás frecuencias requeridas para hacer música se generan abriendo o cerrando, con los dedos o con dispositivos llamados *llaves*, aberturas laterales ubicadas en el manto de estos instrumentos.

Analicemos el efecto del tamaño de las perforaciones laterales. Una abertura muy pequeña en el manto del instrumento prácticamente no modifica la frecuencia del sonido; una perforación grande, por otra parte, acortará en forma efectiva la columna de aire (ver figura 6.1). Es fácil comprender la razón de ello: en la vecindad de una abertura de gran tamaño, la presión del aire coincidirá con la atmosférica y, para todos los efectos prácticos, el tubo parecerá terminar en aquel lugar, comportándose la columna de aire como si el instrumento tuviera allí un extremo abierto.

En todos los instrumentos de viento, las oscilaciones de la columna de aire son iniciadas, de una u otra manera, en la *boquilla*. Para inducir tales oscilaciones existe una variada gama de boquillas, basadas en diversos mecanismos. En secciones posteriores, al analizar detalladamente determinados instrumentos musicales, se mencionarán algunos de los principios físicos involucrados en el funcionamiento de estos elementos.

Una característica común a todos los vientos de madera es que el músico tiene poca influencia y control sobre los modos de oscilación que genera la boquilla: son las oscilaciones de la columna de aire las que dominan lo que ocurre en ella. El ejecutante de un instrumento de madera, sin cambiar la digitación, tiene relativamente pocas posibilidades para variar la frecuencia del sonido de su instrumento (a lo más, variando la manera y fuerza

con que exhala el aire, puede alternar entre dos o tres registros distintos). Como ya hemos dicho, en los vientos de madera, para hacer sonar distintas notas de la escala musical, el principal recurso a disposición del músico consiste en modificar la *digitación*.

Los instrumentos de viento, en su extremo abierto, frecuentemente acaban en un ensanchamiento cónico, llamado *pabellón* o *campana*. Otra característica de los vientos de madera, aunque de menor importancia, es que su campana es relativamente pequeña (en comparación con la de los metales); incluso, a veces, está completamente ausente. Es por esta razón que no nos referiremos a ella al analizar esta familia de instrumentos.

## 6.2 La flauta traversa

Las características y propiedades de la flauta traversa moderna no han sufrido grandes cambios desde las importantes mejoras que introdujo, a mediados del siglo pasado, el músico y constructor Theobald Boehm.

La flauta traversa consiste en un tubo cilíndrico de 60 cm de largo y aproximadamente 2 cm de diámetro, abierto en el extremo alejado de la boquilla. La flauta carece de pabellón. Las vibraciones se inducen soplando por encima de un orificio relativamente grande en la *boquilla* o *embouchure*. El orificio de la boquilla (de aproximadamente 1.2 cm de diámetro) tiene un tamaño tal que, en primera aproximación, la columna de aire puede considerarse como un cilindro *abierto en ambos extremos*.

La frecuencia  $\nu_1$  del modo fundamental, cuando todas las aberturas laterales están tapadas, se puede deducir conociendo el largo del instrumento. En

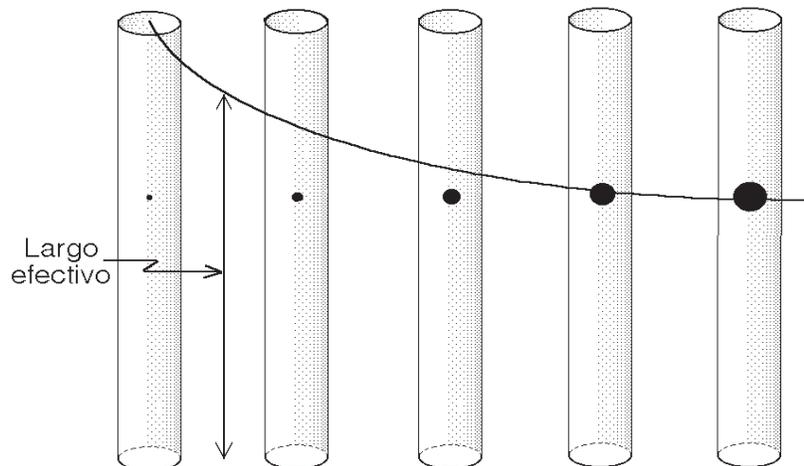


Figura 6.1: El tamaño de una perforación en el manto de un cilindro acorta en forma efectiva el largo del tubo. Este acortamiento depende del diámetro de la perforación. (En esta figura se está dando por hecho que las oscilaciones de la columna de aire son inducidas en el extremo inferior del tubo).

efecto, para una columna cilíndrica  $a$ — $a$  (ver tabla 5.1),  $\nu_1 = v/2L$ . Con  $L \sim 60$  cm y una velocidad del sonido en el aire de 340 m/s, da para la frecuencia más grave el valor  $\nu_1 \sim 283$  Hz. Tal frecuencia corresponde aproximadamente al  $Do\sharp$  central de un piano. Esto muestra que el análisis que hemos realizado hasta ahora es bastante bueno, ya que, en la flauta traversa, la frecuencia del sonido más grave corresponde al  $Do$  de 262 Hz, (ver figura 1.10), es decir, es sólo un semitono más grave. El origen de esta pequeña discrepancia se debe a las así llamadas *correcciones de abertura*.

Los resultados deducidos en el capítulo anterior para una columna de aire cilíndrica son esencialmente correctos si el diámetro del cilindro es mucho menor que su largo. A medida que el cilindro aumenta de diámetro, la presión del aire no se iguala a la presión atmosférica  $p_0$  bruscamente sobre toda la abertura, sino

que tal condición sólo se logra algo más afuera. De esta manera, el largo efectivo de la columna cilíndrica parece ser algo mayor. Este efecto se hace cada vez más notorio a medida que aumenta el diámetro del instrumento. Empíricamente, este largo adicional  $\Delta L$  que aparenta tener un instrumento se puede estimar por medio de la expresión

$$\Delta L \sim 0,6 \cdot (\text{Radio del cilindro}) .$$

Para el caso de la flauta traversa, esta corrección de abertura hace que el instrumento parezca ser  $\sim 1$  cm más largo de lo que realmente es.

Un fenómeno parecido, aunque algo más complejo, ocurre en la vecindad de la boquilla. A pesar de ser la abertura relativamente grande, la presión existente en el interior del cilindro, en la vecindad de la abertura, no coincide completamente con la presión atmosférica  $p_0$  del exterior. Nuevamente, la columna de aire pa-

reciera continuar algo más allá de la abertura. Las dos correcciones de abertura, tanto en la boquilla como en el extremo abierto, hacen que el sonido fundamental de la flauta sea aproximadamente un semitono más grave que lo predicho por la ecuación (5.4)<sup>2</sup>.

La flauta traversa moderna tiene, en su manto cilíndrico, 12 ó 13 aberturas grandes y 3 pequeñas, las que pueden mantenerse cerradas (tapadas) con *almohadillas* accionadas con los dedos o por *llaves*, nombre que se le da al relativamente complicado mecanismo de palancas del instrumento. Como ya hemos dicho, abriendo o cerrando las aberturas laterales se modifica el largo efectivo de la columna de aire y, con ello, la frecuencia del sonido generado. Es claro que la posición y, en menor grado, también el tamaño de las aberturas, influyen directamente en las frecuencias de los sonidos generados.

### La boquilla de la flauta traversa

Las oscilaciones de la columna de aire de la flauta traversa son generadas por el músico soplando aire contra un borde (canto) ubicado en la boquilla. Variando la abertura de los labios, el ángulo y la fuerza con que sopla, el ejecutante puede seleccionar el *registro*, es decir, el modo de oscilación de la columna de aire. Los sonidos más graves se generan cuando ésta oscila en su modo fundamental (registro grave). Al pasar al registro intermedio, la frecuencia aumenta al doble

<sup>2</sup>También existe la *flauta traversa piccolo*, cuyo largo es de sólo 30 cm. Todo lo dicho para la flauta traversa es igualmente válido para este pequeño instrumento; la única diferencia relevante es que todos los sonidos generados son una octava más agudos, ya que el largo de la columna de aire es ahora la mitad.

(ver en la tabla 5.1 la columna correspondiente a un cilindro  $a-a$ ), es decir, el sonido emitido sube exactamente en una octava.

Debido a que la flauta traversa es un cilindro abierto en ambos extremos, se pueden generar sonidos que difieren en una octava (dependiendo si se usa el registro grave o el registro intermedio) sin cambiar la digitación.

La frecuencia del registro agudo, o sea, del tercer armónico de la columna de aire, está en una razón 3:2 respecto al registro intermedio (ver ecuación (5.4)). Como la razón 3:2 corresponde a una quinta justa, al usar la misma digitación e inducir ahora oscilaciones correspondientes al registro agudo, las frecuencias aumentarán en una quinta respecto al registro intermedio.

A continuación analizaremos brevemente lo que ocurre en la boquilla cuando un músico hace sonar una flauta traversa. El sonido se genera soplando aire por sobre el orificio de la boquilla y contra uno de sus bordes (ver figura 6.2). Al moverse exactamente contra el canto, el aire pasará por encima de la abertura o penetrará al interior del instrumento dependiendo, esencialmente, de la dirección del flujo del aire en el interior del cilindro, cerca de la boquilla.

En la figura 5.7 se mostró cómo se comporta la velocidad del aire en el interior de una columna cilíndrica  $a-a$ . En la vecindad de los extremos, la velocidad del aire invierte dos veces su dirección en cada período. De acuerdo a lo anterior, el aire soplado por el músico contra el canto, en forma alternada, penetrará al interior de la flauta o pasará por encima de la boquilla. La frecuencia con que esto ocurre queda determinada por la frecuencia de oscilación de la columna de aire.

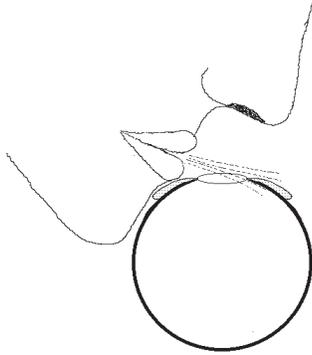


Figura 6.2: Modo de inducir oscilaciones en una flauta travesera soplando por encima de la boquilla. (Corte transversal.)

Para concluir la presente subsección analizaremos brevemente el principio físico involucrado en la iniciación de las oscilaciones en las boquillas de las flautas.

Al hacer incidir un flujo laminar de aire (u otro fluido) contra un canto, observaremos la formación de vórtices o remolinos, en forma alternada, en uno y otro lado (ver figura 6.3). La frecuencia con que aparecen estos remolinos depende, entre otras cosas, de la velocidad del fluido. La fuente primaria de sonido en una flauta se debe precisamente a las perturbaciones del aire introducidas por estos remolinos, que se reiteran en forma regular. La frecuencia de este “sonido de canto filudo” corresponde, precisamente, a la frecuencia con que aparecen los remolinos.

En la figura 6.3, un flujo de aire laminar que emerge de una perforación enfrenta un canto filudo. Supongamos que inicialmente la corriente de aire pasa por la parte superior del canto: el aire que originalmente se encontraba en ese lugar es desplazado (en la serie de diagramas mostrados en la figura 6.3 este desplazamiento se indica con pequeñas flechas). Parte de este aire desplazado in-

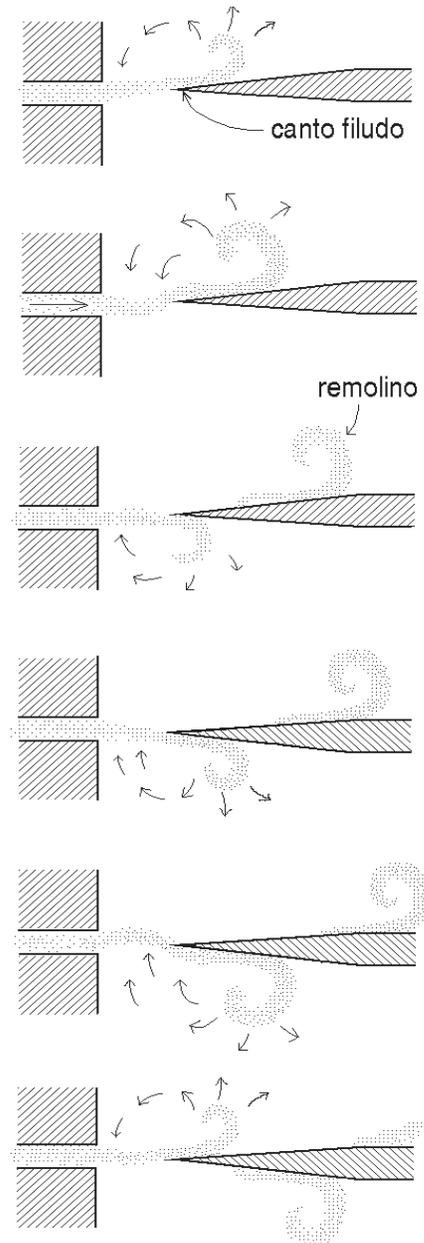


Figura 6.3: Ilustración esquemática de los remolinos que se forman alternadamente a los dos lados de un canto filudo cuando lo enfrenta un flujo laminar de aire.

tenta cruzar al lado inferior, empujando, a su vez, a la corriente de aire, la que súbitamente pasará a fluir por la parte inferior del canto. Ahora, la argumentación se revierte: parte del aire desplazado por la corriente de aire intentará cruzar a la parte superior del canto, empujando a la corriente nuevamente al punto de partida. De esta manera, alternadamente, el aire fluirá por uno y otro lado del canto.

En la flauta traversa, el generador de vórtices (la boquilla) no está aislado, sino que está estrechamente acoplado al resonador (el cuerpo de la flauta). Como ya hemos visto, dos osciladores estrechamente acoplados se influyen mutuamente. En el caso de la flauta traversa, esta interacción se manifiesta en que, sobre un gran rango de frecuencias inducidas por los vórtices, la respuesta del sistema tiene esencialmente la frecuencia dada por el resonador. O sea, independientemente de la frecuencia inicial inducida por los vórtices, después de unas pocas oscilaciones (el así llamado *transiente*), la frecuencia de los vórtices es controlada y dominada completamente por las oscilaciones de la columna de aire. Las dos frecuencias (la de los vórtices y la de las oscilaciones de la columna de aire) se “atan”. De esta manera, estamos nuevamente frente a una situación similar a la *trabadura de fases*, fenómeno con el que nos encontramos al estudiar el movimiento de cuerdas acopladas en un piano. Sólo cuando la frecuencia de generación de los vórtices se acerca a las del segundo armónico — situación que ocurre al soplar con bastante fuerza —, la frecuencia pasa bruscamente al segundo armónico, generándose una trabadura de fases con la nueva frecuencia (que en el caso de la flauta es una octava más aguda).

### 6.3 La flauta dulce

Hemos decidido incluir en este libro algunos comentarios sobre la flauta dulce, por ser, en la actualidad, uno de los instrumentos musicales más usados en la enseñanza musical impartida a los jóvenes. Su gran popularidad se debe a su bajo costo (no tiene partes mecánicas móviles) y fácil mantención. Además, no requiere del ejecutante un mayor entrenamiento para generar el sonido.

Igual que en la flauta traversa, la abertura ubicada frente al canto es tan grande en la flauta dulce que, en primera aproximación, el instrumento puede considerarse como un cilindro abierto en ambos extremos.

El diseño de la boquilla de una flauta dulce es tal que, al soplar el músico por una rendija, el flujo de aire es dirigido automáticamente y en el ángulo preciso contra el borde (o canto). Al igual que en la flauta traversa, el aire tiene la posibilidad de pasar por encima del canto o de penetrar al interior del instrumento, dependiendo de la velocidad del aire del tubo en la vecindad de la boquilla. También aquí, el camino que sigue el flujo de aire soplado por el músico es completamente dominado por las oscilaciones de la columna de aire que está dentro del cilindro. El mecanismo que genera las oscilaciones de la columna de aire es el mismo en la flauta dulce y en la flauta traversa. La única diferencia relevante es que, en la flauta dulce, el músico no puede variar el modo en el cual dirige el aire hacia el borde filudo. Esta geometría fija de la boquilla de la flauta dulce hace que en este instrumento sea muchísimo más fácil generar un sonido que en la flauta traversa. Por otra parte, la geometría fija trae consigo una desventaja: se pierde la

versatilidad que posee la flauta travesa para modificar el timbre e intensidad de sus sonidos.

Las aberturas laterales —ocho en total— son cerradas por las yemas de los dedos. La posición y tamaño de las aberturas, junto con la digitación, determinan, en primera instancia, la frecuencia del sonido.

Al usar el registro grave, es decir, al oscilar la masa de aire en su modo fundamental, la frecuencia se da por la ecuación (5.4), con  $n=1$ . En la práctica, se observan pequeñas desviaciones de este resultado, debido a las correcciones de abertura, y también debido a que la cavidad interior de una flauta dulce no es cilíndrica, sino levemente cónica (el diámetro disminuye en forma gradual desde la boquilla al extremo opuesto).

En la flauta dulce, para la generación del sonido, se usan sólo dos registros, el grave y el intermedio. Debido a que la flauta, *grosso modo*, consiste en un cilindro abierto en ambos extremos, el registro intermedio (o sea, el segundo modo de oscilación) tiene el doble de la frecuencia del modo fundamental. Como consecuencia de ello, para obtener dos sonidos separados por una octava, en la flauta dulce se usa esencialmente la misma digitación en ambos registros. El cambio de registro se realiza aumentando algo la presión de soplado y abriendo levemente una de las perforaciones (la que se encuentra en la parte inferior del instrumento y se cierra con el pulgar de la mano izquierda).

¿Por qué en la flauta dulce esa pequeña abertura favorece tanto el establecimiento del segundo armónico, es decir, permite pasar al registro intermedio? No tenemos primero que aquella perforación, para varias de las notas del registro intermedio, queda en la vecindad del centro de

la columna de aire (efectiva). Al oscilar la columna en el registro grave (modo fundamental), las variaciones de la presión son máximas en el centro de la columna de aire (ver figura 5.7). Al abrir un pequeño agujero en la vecindad del centro, las variaciones de la presión disminuirán en ese lugar considerablemente (ya que la presión tenderá a ser más parecida a la presión atmosférica que hay en el exterior). Esto conduce al colapso del modo fundamental, favoreciéndose fuertemente el establecimiento del segundo armónico, caracterizado, precisamente, por tener, en el centro de la columna, el aire siempre a presión atmosférica.

El registro agudo para una columna de aire abierta en ambos extremos es una quinta superior al registro intermedio. En la flauta dulce esto se cumple casi en forma exacta. Sin embargo, el registro agudo prácticamente no se usa en este instrumento. A pesar de ello, las personas que tienen una flauta dulce soprano a su alcance pueden realizar el siguiente experimento, que pone de manifiesto los distintos modos de oscilación de la columna de aire en el interior de la flauta:

1. Usar el registro grave y tocar el *Do* más grave que puede generar el instrumento.
2. Luego, sin modificar la digitación, soplar más fuerte. El modo de oscilación pasará al registro intermedio, duplicando la frecuencia del sonido (es decir, subiendo en una octava). En realidad, debido a las desviaciones ya comentadas, la frecuencia sube un poco más de una octava.)
3. Al soplar aún más fuerte, sin cambiar la digitación, las oscilaciones de la columna de aire de la flauta pa-

Tabla 6.1: Nombre, largo y frecuencia del sonido más grave producido por las flautas dulces.

Nombre	Largo cm	Sonido fundamental Nota: frecuencia
Sopranino	20,5	Fa: (698 Hz)
Soprano	27,5	Do: (523 Hz)
Alto	41	Fa: (349 Hz)
Tenor	55	Do: (262 Hz)
Bajo	82	Fa: (175 Hz)

sarán al tercer armónico, es decir, al registro agudo. El sonido sube en una quinta adicional (es decir, pasa a ser un *Sol*). En la práctica, nuevamente el sonido sube un poco más que en una quinta, generándose más bien un *Sol*♯.

4. Soplando aún con más fuerza, la columna de aire pasa a oscilar en su cuarto armónico (es decir, con una frecuencia cuatro veces la del modo fundamental). Tal nota, de acuerdo a la teoría (ver tabla 3.2), debería corresponder nuevamente a un *Do* (en la práctica, es aproximadamente un semitono más aguda).

Para concluir deseamos mencionar que existe toda una familia de flautas dulces. La más importante de todas ellas, por ser la que comúnmente fue usada durante el barroco, es la flauta *alto* (en *Fa*). La tabla 6.1 muestra la longitud de la columna de aire de las distintas flautas dulces y la frecuencia del sonido más grave que son capaces de generar. Observemos que la razón entre los largos de las distintas flautas coincide con el recíproco de la razón entre sus frecuencias.

## 6.4 El clarinete

El clarinete es un instrumento musical que, igual que la flauta travesa moderna, sufrió numerosas mejoras y modificaciones durante el siglo XIX. El clarinete consiste en un tubo cilíndrico de aproximadamente 70 cm de largo y alrededor de 1,5 cm de diámetro. En uno de los extremos, el clarinete concluye en una pequeña campana. En el otro extremo —opuesto a la campana— se ubica la boquilla con la que se inducen las oscilaciones de la columna de aire. La boquilla del clarinete es radicalmente distinta a la de las flautas. Más adelante explicaremos en detalle su funcionamiento. Aquí solamente deseamos adelantar que la concepción de la boquilla es tal, que la columna de aire del clarinete se puede considerar aproximadamente como la correspondiente a un cilindro con un extremo abierto y uno cerrado.

De acuerdo a la ecuación (5.3), las frecuencias de los distintos modos de oscilación de un cilindro  $a-c$  están dadas por

$$\nu_n = (2n - 1) \frac{v}{4L} = (2n - 1) \nu_1 .$$

Concluimos que, para instrumentos del mismo largo, la frecuencia del modo fundamental en el clarinete debe ser, aproximadamente, una octava más grave que para la flauta travesa (hecho que efectivamente se cumple).

Con respecto a la afinación de los clarinetes más usados en la actualidad, existen dos versiones que difieren en un semitono. Una es la afinación en *La*; la otra, en *Si*♭.

Calculemos la frecuencia  $\nu_1$  del modo fundamental del clarinete (es decir, del registro grave), cuando todas las aberturas laterales están tapadas. Para un

largo  $L = 70$  cm y una velocidad del sonido en el aire de 340 m/s, se obtiene  $\nu_1 \sim 121$  Hz. Tal frecuencia corresponde al *Si* una octava por debajo del *Do* central del piano (ver figura 1.10). En la práctica, el sonido del clarinete es casi un tono más agudo: el sonido más grave del clarinete en *La* corresponde al *Do*♯ de 139 Hz.

Esta discrepancia se debe a la campana. Sobre todo para las notas de baja frecuencia, la campana acorta en forma efectiva el instrumento (subiendo la frecuencia del sonido). Este efecto es mucho más marcado e importante en los metales, razón por la cual lo analizaremos con cierto detalle sólo cuando analicemos esa familia de instrumentos.

El hecho de que el clarinete, en primera aproximación, sea un cilindro cerrado en un extremo y abierto en el otro, tiene varias consecuencias importantes:

1. La frecuencia del segundo modo de oscilación de la columna de aire ( $n=2$ ) es tres veces la frecuencia del modo fundamental ( $n=1$ ). Esto quiere decir que al pasar, sin modificar la digitación, del registro grave, llamado *chalumeau*, al registro intermedio, llamado *clarín*, la frecuencia aumenta en una octava más una quinta (tal intervalo se denomina *duodécima*). Ahora, al pasar al registro dominado por las oscilaciones del tercer modo normal, la frecuencia adicionalmente aumenta en una razón 5:3 respecto al registro intermedio, o sea en una sexta (ver ecuación (5.3) y figura 3.17).
2. Lo anterior hace que la digitación del clarinete sea bastante más complicada que la de las flautas, ya que:
  - (a) En cada registro, en el clarinete se deben ejecutar más notas que en la flauta.
  - (b) Al cambiar del registro grave al intermedio y luego al registro agudo, la digitación para una misma nota (por ejemplo, un *Do*), es distinta en cada caso.
3. El rango de frecuencia de los sonidos que puede generar un clarinete es mucho mayor que el de las flautas. La diferencia de frecuencias entre los registros agudo y grave para el clarinete es 5:1; para una flauta es de sólo 3:1. El rango de frecuencias de un clarinete es superior a tres octavas y media (ver figura 1.10).
4. Las frecuencias naturales de la columna de aire de un clarinete son los múltiplos impares de la frecuencia fundamental (ver ecuación (5.3)); los múltiplos pares están prácticamente ausentes. Esto se refleja en el timbre del instrumento. El sonido “aterciopelado”, algo “oscuro”, del clarinete en el registro grave se debe, precisamente, a la débil presencia de los armónicos pares en su espectro (ver también figura 3.12).

### La boquilla

Describiremos ahora brevemente el funcionamiento de la boquilla del clarinete (ver figura 6.4). La boquilla consiste en una lengüeta flexible de caña que se fija al instrumento con un soporte. La lengüeta prácticamente sella el extremo del instrumento dejando sólo una pequeña ranura que permite establecer un flujo de aire por ese extremo. Esta abertura es pequeña en comparación con la de una boquilla de flauta. La lengüeta es flexible

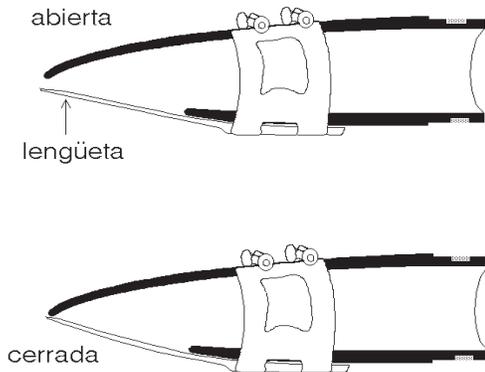


Figura 6.4: Boquilla de un clarinete.

y puede oscilar, cerrando completamente el paso al aire tan pronto la presión en el interior del instrumento (en la vecindad de la boquilla) sea menor que la presión atmosférica  $p_0$ . Cuando la presión interna es mayor que  $p_0$ , la pequeña ranura se abre, permitiendo que el músico introduzca una pequeña cantidad de aire en el instrumento, una cantidad suficiente como para mantener las oscilaciones de la columna de aire, y, por consiguiente, el sonido del instrumento. De este modo, las oscilaciones de la lengüeta son casi completamente dominadas por las variaciones de la presión en el interior de la boquilla, las que, a su vez, se deben a las oscilaciones de la columna de aire encerrada por el instrumento.

Variando la presión con que se sopla y modificando la presión de los labios contra la lengüeta, es posible inducir cambios en el modo de oscilación de la columna de aire y pasar de un registro a otro; sin embargo, para realizar esto en forma consistente y de manera más fluida, el clarinete cuenta con un *portavoz*, llave cuya función consiste en abrir una pequeña perforación a aproximadamente  $1/3$  del largo

de la columna de aire (medido desde la boquilla). Esta perforación (cuando está abierta) hace colapsar el modo fundamental y favorece el establecimiento del segundo modo normal de oscilación. Notemos que las oscilaciones correspondientes al segundo modo, a la distancia  $L/3$  de la boquilla, tienen un nodo de presión (ver figura 5.5).

Generalmente, los músicos, antes de tocar un instrumento con lengüetas, las deben humedecer con saliva para darles la flexibilidad adecuada. El grosor y ancho de la lengüeta influyen sobre su flexibilidad y ésta, a su vez, sobre el timbre del sonido generado.

Comparemos el funcionamiento de las boquillas de un clarinete y de una flauta. En la flauta, es la dirección de la velocidad del aire en el interior del cilindro (en la vecindad de la boquilla) la que determina si penetra o no el aire al instrumento. En el clarinete, es la presión del aire en el interior del cilindro (en la vecindad de la boquilla) la que determina si penetra o no el aire soplado por el músico. Como consecuencia de lo anterior, la boquilla de la flauta actúa como un extremo abierto, mientras que la boquilla del clarinete actúa como un extremo cerrado. En ambos casos, y es ésta, como ya dijimos, una de las características de los *vientos de madera*, son esencialmente las oscilaciones de la columna de aire las que determinan lo que ocurre en la boquilla.

Describiremos a continuación, en pocas palabras, el principio físico involucrado en la iniciación de las oscilaciones en las boquillas de los clarinetes.

Experimentalmente se encuentra que al pasar un flujo laminar de aire por una constricción, la presión en ese lugar, contrariamente a lo que uno intuitivamente

espera, disminuye. Este sorprendente fenómeno se conoce con el nombre de *Principio de Bernoulli*.

El Principio de Bernoulli tiene una enorme importancia en la física de fluidos y en sus aplicaciones tecnológicas. Por ejemplo, la sustentación de un ala de avión se debe a este principio. No es nuestro objetivo explicar y fundamentar aquí el Principio de Bernoulli. A pesar de ello, deseamos ilustrar con un sencillo experimento, que el lector, en principio, podría duplicar con algún esfuerzo, los impactantes y totalmente inesperados efectos que pueden presentarse en la física de fluidos. El montaje del experimento se muestra en la figura 6.5. El aire movido por un potente ventilador se dirige hacia abajo por un ducto con el fin de que pase por una abertura en un plano. Al acercarse a esa abertura una plancha hecha de algún material liviano, ésta, aunque parezca increíble, en algún momento será impulsada por una fuerza *hacia arriba* succionando la plancha hacia la abertura. Sin embargo, la plancha no se acerca hasta tapar completamente la abertura (pues en ese caso el efecto de Bernoulli desaparecería), sino que sólo se acerca hasta cierta distancia, después de lo cual quedará flotando sin que nada la apoye.

Como ya hemos dicho, de acuerdo al Principio de Bernoulli, la presión de un fluido cuando pasa por una constricción (en este caso, la rendija entre el plano y la plancha) disminuye. Es esta diferencia de presión, existente entre ambos lados de la plancha, la que compensa a la fuerza de gravedad y mantiene flotando la plancha frente a la abertura.

Volviendo al clarinete, al soplar el músico aire por la pequeña rendija que hay entre la lengüeta y el cuerpo del

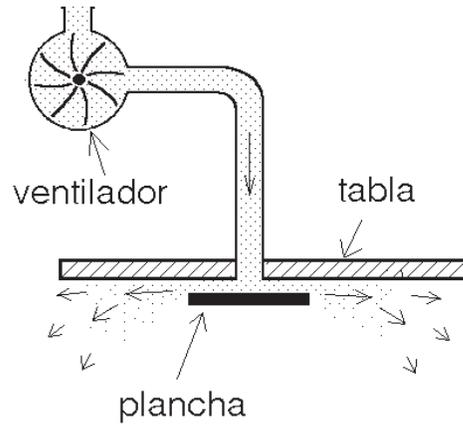


Figura 6.5: Ilustración del Principio de Bernoulli. Una plancha queda flotando frente a una abertura por la cual emerge aire.

instrumento, la presión ahí disminuirá. Siendo la lengüeta flexible, y debido a la diferencia de presión a ambos lados de ella, se doblará, cerrando el paso del aire. De esa manera, el flujo de aire se interrumpe bruscamente. Posteriormente, la elasticidad de la lengüeta la restituye a su posición original, reiniciándose el proceso.

En el clarinete tenemos nuevamente dos osciladores fuertemente acoplados: por una parte, la lengüeta; por otra, la columna de aire. Igual que en las flautas, después de una situación de transición, son las oscilaciones de la columna de aire las que finalmente dominan y controlan las oscilaciones de la lengüeta.

## 6.5 El oboe

El oboe, el “soprano melancólico” de la orquesta, es un instrumento con una cavidad esencialmente cónica. El extremo de la base del cono es abierto. En el otro extremo (en el vértice del cono) se ubica

la boquilla responsable de inducir las vibraciones de la columna de aire.

De acuerdo a la tabla 5.1, la frecuencia del sonido más grave, obtenido cuando el aire oscila en su modo fundamental, es

$$\nu_1 = \frac{v}{2L} .$$

Es decir, para instrumentos del mismo largo, la frecuencia del sonido más grave del oboe coincide aproximadamente con el de las flautas, siendo, a su vez, una octava más aguda que para el clarinete.

El hecho de que el oboe, en primera aproximación, sea un cono abierto, tiene las siguientes consecuencias:

1. La frecuencia del segundo armónico de la columna de aire ( $n=2$ ) es dos veces la frecuencia del modo fundamental ( $n=1$ ). Esto quiere decir que al pasar, sin modificar la digitación, del registro grave al registro intermedio, igual que en las flautas, la frecuencia aumenta en una octava. Al pasar al registro agudo, la frecuencia se incrementa en la razón 3:2 respecto al registro intermedio, o sea en una quinta.
2. Lo anterior hace que la digitación del oboe en el registro grave e intermedio sea, aproximadamente, la misma.
3. El rango de frecuencias del oboe es menor que el del clarinete. En efecto, la razón de frecuencias entre los registros agudo y grave, igual que en las flautas, es 3:1. El rango de frecuencias de un oboe es de aproximadamente dos octavas y media, y va desde el *Si*  $\flat$  de 233 Hz hasta el *Sol* de 1.568 Hz.

La boquilla del oboe (como también la del corno inglés y la del fagot) consiste

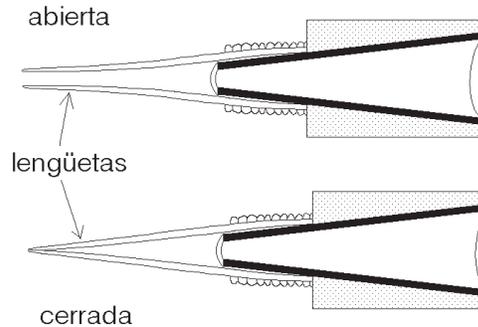


Figura 6.6: Boquilla de un oboe.

en dos lengüetas de caña (ver figura 6.6). El principio físico en que se basa el funcionamiento de las lengüetas de un oboe es el mismo que el visto para los clarinetes: al dejar pasar aire por un pequeño espacio que queda entre ellas, inicialmente comienzan a vibrar debido al Principio de Bernoulli para, luego de un cierto lapso, oscilar con la frecuencia de alguno de los modos de vibración del cono de aire presente en el interior del instrumento.

Variando la presión de los labios contra las lengüetas y la fuerza con que se deja escapar el aire de la boca, el músico puede influir, en cierto grado, sobre el timbre e intensidad del sonido y cambiar de registro. Igual que en las flautas dulces, para inducir a las oscilaciones del cono de aire del oboe a pasar del modo fundamental al segundo armónico (y, por consiguiente, al registro intermedio), se abre un pequeño orificio en el manto, ubicado muy cerca de donde, en el modo fundamental, las variaciones de la presión son máximas. De esta manera se logra que la presión en ese lugar varíe mucho menos, “desarmando” el modo fundamental y permitiendo que se establezca el segundo armónico.

# Capítulo 7

## Los vientos de metal

En esta sección analizaremos la otra gran familia de instrumentos de viento: los así llamados *metales*. Comenzamos estudiando las características generales comunes a todos estos instrumentos.

### 7.1 Características generales

Las partes constituyentes de los metales son:

1. La *embocadura*, que es la pieza en que se apoyan los labios y es el lugar primario generador de las oscilaciones.
2. La tubería, que encierra la columna de aire que ha de oscilar.
3. El pabellón, en el extremo (abierto) del instrumento, que realiza la transición de la columna de aire hacia el mundo exterior.

La tubería de los metales consiste, esencialmente, en secciones cilíndricas o cónicas. Los metales con tubería cilíndrica concluyen abruptamente en un pronunciado pabellón. Algunos ejemplos de esta subfamilia de instrumentos son: la trompeta, el trombón y la trompa o corno. Por otra parte, los metales con columna de aire esencialmente cónica concluyen en un pabellón algo más discreto.

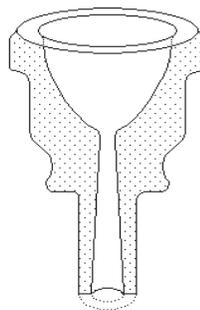


Figura 7.1: Sección transversal de la boquilla de un trombón.

La tuba y el corno alpino son ejemplares destacados de esta subfamilia.

La embocadura tiene una perforación que conecta la *copa* y la tubería del instrumento (ver figura 7.1). Esta perforación es pequeña y, como primera aproximación, se puede suponer que el volumen de aire en el interior del instrumento corresponde al de una columna de aire cerrada en el extremo de la embocadura y abierta en el extremo del pabellón.

En los metales, las oscilaciones de la columna de aire son inducidas por el aire que bajo presión deja escapar el músico de entre sus labios apoyados en la embocadura. A su vez, las oscilaciones de la columna de aire inducen oscilaciones de presión en el interior de la embocadura,

las que afectan el movimiento de los labios. Así, los labios terminan oscilando con la frecuencia de las oscilaciones de la columna de aire. Son, pues, los labios los que cumplen la función de las lengüetas.

En los vientos de madera, como ya vimos, las oscilaciones de la columna de aire dominan en forma casi completa lo que ocurre en la boquilla; el músico, a lo más, puede elegir entre dos o tres registros. En los metales, sin embargo, las oscilaciones de la columna de aire no dominan completamente lo que sucede en la embocadura. El músico, cambiando la tensión de sus labios, tiene la posibilidad de seleccionar en forma mucho más controlada un modo particular de oscilación de entre los numerosos modos de la columna de aire. La anterior es la propiedad característica más importante de los metales: en ellos, el músico puede generar una gran cantidad de sonidos de frecuencias distintas sin modificar los aspectos geométricos de la columna de aire. Por ejemplo, un músico que esté tocando un corno puede generar sin problemas, modificando sólo la presión de los labios y del aire, diez o más sonidos de frecuencias distintas.

Otras características de los metales se mencionarán a medida que se analicen los distintos instrumentos en particular.

## 7.2 La trompeta

La trompeta ha llegado a ser un instrumento de importancia no sólo en orquestas sinfónicas, sino también en el jazz. Es un instrumento que puede ser ejecutado con una gran diversidad de intensidades y variaciones de timbre. Por una parte, con su sonido brillante es capaz de superponerse a toda una orquesta, pero también,

sobre todo en sus registros medios, puede usarse para ejecutar suaves melodías cantables.

Analizaremos, primero, los sonidos naturales de una trompeta, es decir, los sonidos que se obtienen al presionar sus tres *válvulas*, usando así la longitud completa de la tubería del instrumento. En ese caso, la columna de aire encerrada por una trompeta moderna (en *Si b*) consiste en: i) una sección cilíndrica de aproximadamente 110 cm de largo, y ii) una campana bastante pronunciada, de aproximadamente 30 cm de largo. El hecho de que el tubo del instrumento esté enrollado no tiene mayor influencia sobre los modos de oscilación. Para la columna de aire, la tubería deja de ser cilíndrica sólo en la vecindad de la embocadura y, por supuesto, en la campana (o pabellón).

Las frecuencias de los modos de oscilación de una columna de aire encerrada por un tubo cilíndrico de 110 cm de largo, cerrado en un extremo y abierto en el otro, están dadas por la ecuación 5.3. Usando esta fórmula podemos calcular las frecuencias de los sonidos que deberían generarse en una trompeta (sin recurrir al uso de las válvulas) si se le cercenara el pabellón. Tales frecuencias se muestran en la segunda columna de la tabla 7.1. Sólo el modo fundamental y los dos modos siguientes, es decir, los modos con  $n = 1, 2$  y  $3$ , son musicalmente útiles. En efecto, el segundo modo forma con el fundamental un intervalo correspondiente a una octava, más una quinta justa (es decir, una duodécima). El tercer modo de oscilación con respecto al fundamental forma un intervalo que corresponde a dos octavas, más una tercera mayor. Ambos intervalos son “consonantes”. La frecuencia del cuarto modo, sin embargo, está en una razón 7:4 con la se-

Tabla 7.1: Frecuencias de los distintos modos de oscilación en un tubo y una trompeta

Modo $n$	Ec. 5.3 Hz	Trompeta Hz (Nota)	
1	85	—	—
2	255	233	Si ♭
3	425	349	Fa
4	595	466	Si ♭
5	765	582	Re
6	935	699	Fa
7	1105	816	(La ♭)
8	1275	932	Si ♭

gunda octava del modo fundamental — tal intervalo, musicalmente, carece de interés (no existen, en las escalas musicales usuales, dos notas con esa razón de frecuencias). Algo análogo ocurre con los demás modos de oscilación. Resumiendo: no es posible hacer música con estas frecuencias.

Al agregar al tubo cilíndrico un pabellón de trompeta de 30 cm, la situación cambia radicalmente. La tabla 7.1 muestra también la frecuencia de los modos de oscilación de la trompeta en ese caso. El modo fundamental ( $n = 1$ ) de una trompeta no puede generarse con la boquilla estándar de la trompeta; por esta razón, se ignora tal modo en la tabla<sup>1</sup>.

Lo importante es que la adición de la campana modifica las frecuencias de los distintos modos de oscilación de manera tal que llegan a ser múltiplos de la mitad de la frecuencia del modo con  $n = 2$ , o sea, múltiplos de 116.5 Hz (ver tabla 7.1).

<sup>1</sup>En muchos metales, sobre todo los que tienen tuberías de pequeño diámetro, no es posible inducir oscilaciones correspondientes al modo fundamental.

Así se obtiene una serie de sonidos musicalmente útiles.

Nótese que esto no resulta así con cualquier geometría de la campana. Para producir sonidos afinados, la campana debe tener una forma bien determinada. Esta forma ha sido encontrada empíricamente por los constructores de instrumentos a través de los siglos. O sea, contrariamente a lo que podría haberse supuesto, el objetivo de la campana no es ayudar a irradiar en forma eficiente el sonido hacia el ambiente, sino reflejar el sonido hacia el interior del instrumento y hacerlo de manera tal que las ondas estacionarias se formen para las frecuencias musicalmente útiles.

### Análisis teórico del pabellón

Se recomienda al lector no familiarizado con la *ecuación de Schrödinger* de la mecánica cuántica ignorar esta subsección. Ello para nada afectará la comprensión del resto del libro. Esta sección se introduce sólo para señalar a los físicos la fascinante analogía que existe entre las ondas sonoras asociadas a una trompeta y las soluciones de la ecuación que ellos usan para describir el comportamiento de partículas en el mundo microscópico.

El problema de la forma que debe tener la campana también puede ser analizado teóricamente. La ecuación que determina los modos de oscilación longitudinales en una columna de aire “cilíndrica” de diámetro variable, en el límite de longitud de onda corta, es formalmente idéntica a la aproximación WKB de la mecánica cuántica.

En la mecánica cuántica, la longitud de onda local está dada por la relación de Broglie

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{E - V}} ,$$

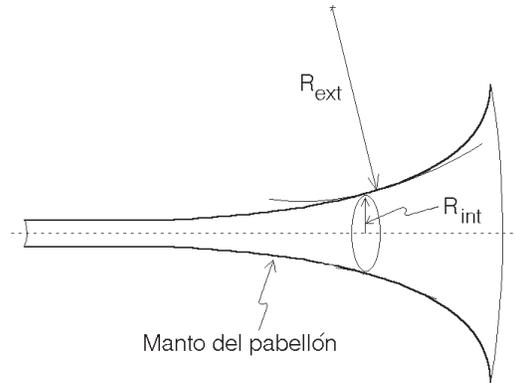


Figura 7.2: Geometría típica de una campana mostrando las definiciones de los radios de curvatura interno y externo.

donde  $h$  es la constante de Planck y  $V$  es la energía potencial.

Una expresión análoga a esta es la que determina el largo de onda local de las oscilaciones del aire en el interior del “cilindro”:

$$\lambda = \frac{v}{\sqrt{v^2 - c^2 U / (4\pi^2)}} .$$

Aquí  $U$  es la *función de corno* y tiene el papel del potencial en la mecánica cuántica. Tal función está dada por

$$U = \frac{1}{R_i R_e} ,$$

donde  $R_i$  y  $R_e$  son los dos radios de curvatura (interno y externo) del “cilindro” (ver figura 7.2).

De la definición de  $U$  se encuentra de inmediato que la función de corno es nula ( $U = 0$ ) cuando el sonido viaja por la sección cilíndrica del instrumento, ya que ahí  $R_e = \infty$ . En ese caso, la relación entre la longitud de onda y la frecuencia es la usual:  $\lambda = v/\nu$ . Por otra parte, al pasar la onda acústica a la región del pabellón,  $U$  adquiere valores positivos finitos y la longitud de onda local aumenta.

En la figura 7.3a se muestran dos formas distintas de pabellones y en la figura 7.3b el “potencial”  $U$  que ellas generan.

El problema de encontrar las frecuencias de los modos de oscilación de la columna de

aire es equivalente a encontrar la energía de los estados cuasiestacionarios de la ecuación de Schrödinger con el potencial  $U$ . La condición de borde de que el aire tenga velocidad nula en la embocadura (que esencialmente actúa como un extremo cerrado), se traduce en buscar soluciones que tienen ahí una pendiente nula. La otra condición de borde que debe cumplirse es que, fuera del instrumento, más allá del pabellón, la solución corresponda a una onda emergente.

Consideremos la forma del pabellón representada por las curvas llenas de la figura 7.3. Para frecuencias bajas, es decir, para energías menores que el máximo de  $U$ , el sonido es en gran medida reflejado por la barrera de potencial, favoreciendo la generación de ondas estacionarias. Una pequeña parte del sonido, sin embargo, debido al *efecto túnel* penetrará por la barrera y emergerá hacia el exterior.

Para frecuencias altas, es decir, energías mayores que el máximo de  $U$ , el sonido emergerá fácilmente del instrumento, siendo pequeña la reflexión de sonido desde la campana a la embocadura. Como resultado de esto, el efecto sobre los labios del ejecutante de la onda reflejada también es pequeño, siendo difícil o imposible la producción de sonidos de tales frecuencias.

Por otra parte, la forma del pabellón indicada con líneas punteadas genera un efecto totalmente distinto. Para prácticamente todas las frecuencias (excepto las extremadamente bajas), las ondas emergen del instrumento sin generar reflexiones. Tal “pabellón”, por lo tanto, no sirve para los efectos de generar ondas estacionarias útiles musicalmente. De hecho, la forma del pabellón mostrada en la figura 7.3 con líneas punteadas corresponde a la de un megáfono. Es precisamente el objetivo de un megáfono, ensamblar la impedancia acústica del interior del instrumento con el exterior de manera suave, y así irradiar en forma eficiente el sonido para todas las frecuencias sin generar reflexiones que produzcan distorsiones.

El lector familiarizado con la ecuación de Schrödinger comprenderá inmediatamente, observando la figura 7.3b, por qué, para los sonidos de frecuencia alta, el instrumento posee un largo efectivo mayor que para los sonidos de frecuencia baja.

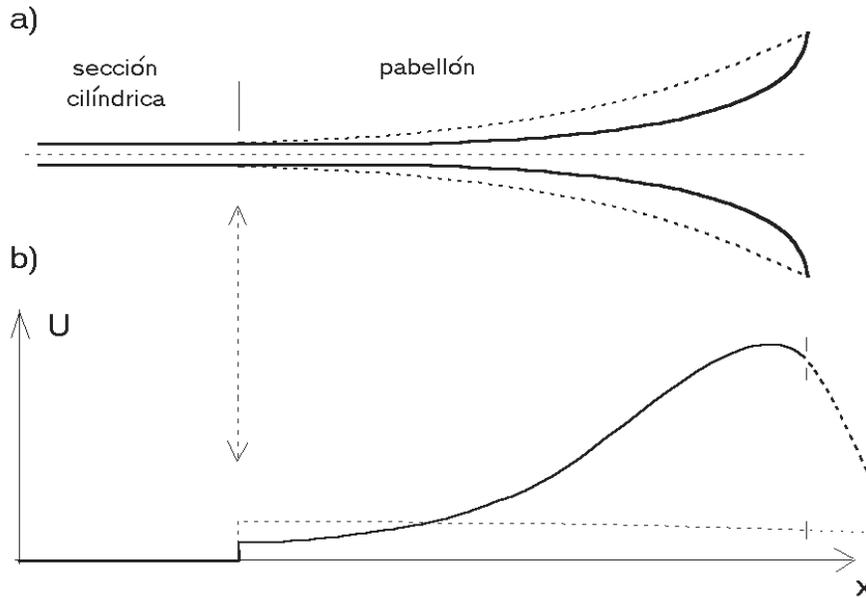


Figura 7.3: Dos formas de pabellones y el "potencial"  $U$  que generan. (Figura adaptada de A. Benade, *Scientific American*, julio 1973.)

### 7.3 Generación de sonido en la trompeta

Describiremos brevemente el mecanismo de generación de sonido en una trompeta.

Una persona que por primera vez tiene una trompeta (u otro metal) en sus manos notará con asombro que no es nada fácil lograr que el instrumento emita un sonido. Para lograrlo, la persona primero debe tratar de emitir un sonido con sus labios sin la trompeta, pues lo que ésta hace es simplemente amplificar y estabilizar el sonido generado por los labios.

Es un buen ejercicio que el lector intente producir un sonido, no con la laringe, sino sólo haciendo oscilar los labios. Para ello, presione fuertemente los labios y con mucha presión deje escapar un poco de aire de la boca (sin disminuir la presión de los labios). Siguiendo las

instrucciones anteriores, es muy probable que el lector genere algunos sonidos relativamente inestables. Variando la tensión de los labios, podrá generar sonidos de varias frecuencias distintas. Estos son los sonidos que el músico inyecta en la boquilla de la trompeta.

¿Qué sucede a continuación? El sonido inyectado por el músico en la boquilla se propagará a lo largo de la columna de aire encerrada por el cuerpo de la trompeta, hacia el pabellón. Si la frecuencia del sonido no es demasiado alta, gran parte del sonido será reflejado en el extremo abierto de la trompeta, para volver a propagarse hacia la boquilla, donde será nuevamente reflejado para volver al pabellón, etc. El sonido reflejado muchas veces reforzará el sonido inyectado por el músico sólo si la frecuencia del sonido es

muy cercana o coincidente con una de las frecuencias de alguno de los modos de oscilación de la trompeta analizados anteriormente. En ese caso, las oscilaciones de presión dentro del instrumento llegan a ser grandes, siendo incluso fácilmente detectadas en la boquilla. Más aún, son estas oscilaciones de la presión en la boquilla las que regulan la frecuencia con que oscilan los labios y evitan que el sonido inyectado por el músico cambie de frecuencia. Las oscilaciones de los labios se estabilizan en una frecuencia bien determinada (estamos nuevamente frente a un situación parecida a la de la trabadura de fases).

Para cambiar de modo de oscilación, el músico deberá cambiar la tensión de sus labios y la presión del aire que exhala, a fin de producir con sus labios un sonido cercano al sonido del modo que desea excitar. Después de inyectar tal sonido por la boquilla, la trompeta se encargará de incrementar su intensidad y de mantenerlo afinado.

No es difícil observar experimentalmente la magnitud de las oscilaciones de presión, que generan las oscilaciones de la columna de aire en el interior de la boquilla. En la figura 7.4 mostramos los resultados de ese tipo de estudios: se grafica la magnitud de las oscilaciones de presión en la boquilla que resulta al inyectar en ella sonidos de distintas frecuencias (pero de igual intensidad).

Al hacer sonar una nota (por ejemplo, el *Fa* de 349 Hz) con poco volumen (*pp*), en la boquilla prácticamente siempre se observa de modo casi exclusivo esa frecuencia (fundamental). Sólo al aumentar la intensidad del sonido se hacen presentes también los armónicos más altos (indicados con flechas en la figura 7.4)

Existen en los metales algunos mo-

dos inusuales de oscilación. La figura 7.4 muestra la situación que se tiene al hacer sonar la *nota pedal* de la trompeta (el *Si b* de 116 Hz). Esta nota es una octava más grave que la nota considerada usualmente la más grave de la trompeta (el *Si b* de 233 Hz). Notemos que, en este modo de oscilación, la columna de aire oscila en los armónicos con  $n = 2, 3, 4, \dots$ , estando la frecuencia 116 Hz ausente. De hecho, no existe un modo de oscilación en la trompeta con 116 Hz; la amplitud de presión en la boquilla, para 116 Hz, tiene un mínimo. La nota pedal de la trompeta no corresponde al modo fundamental de oscilación de la columna de aire que encierra el instrumento.

#### 7.4 Mecanismos para hacer sonar tonos intermedios en los metales

Como ya hemos visto, una propiedad general de los metales es que la boquilla permite generar con los labios, en forma controlada, sonidos cuyas frecuencias están asociadas a los distintos modos de vibración de la columna de aire encerrada por el instrumento. Sin embargo, para los modos más graves, los intervalos entre modos adyacentes no corresponden a semitonos. De hecho, las razones de las frecuencias de tales notas son: 2:3:4:5:6:7:8:... etc. (Recordemos que a veces no es posible excitar el modo fundamental  $n = 1$ ). El intervalo entre las dos primeras notas es una quinta justa; el intervalo entre la segunda nota y la tercera corresponde a una cuarta justa; etc. Solamente en los registros más agudos del instrumento las notas, al estar más juntas, permiten ejecutar melodías.

Los instrumentos de metal antiguos

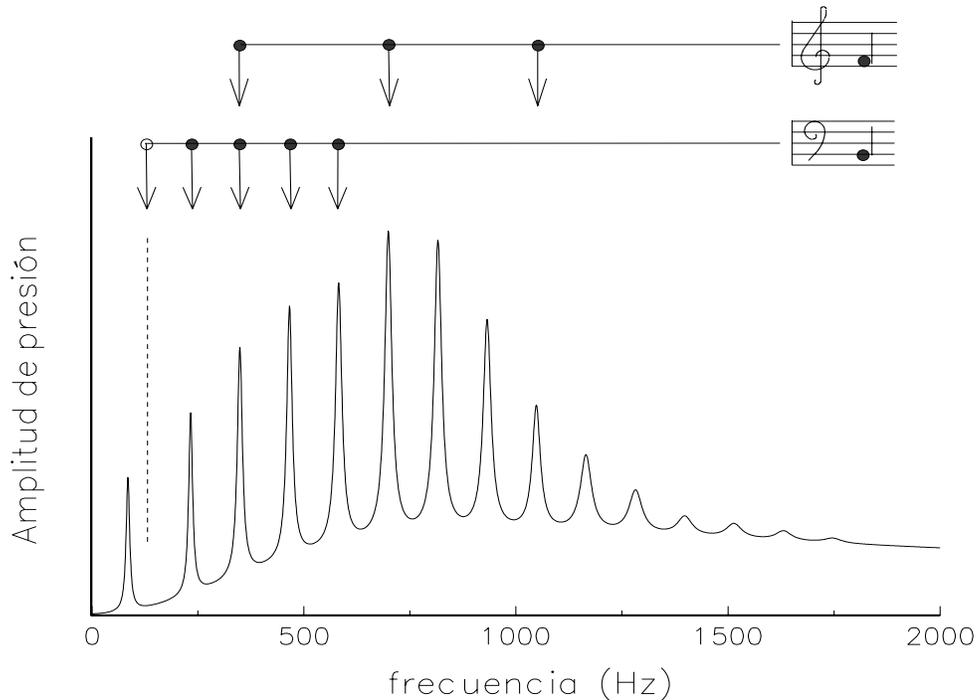


Figura 7.4: Impedancia acústica, o sea, el comportamiento de la magnitud de las oscilaciones de presión en la boquilla, en función de la frecuencia del sonido inyectado a una trompeta moderna.

sólo podían emitir esas *frecuencias naturales* y, para tocar melodías, había que usar los modos con  $n$  grande. Por ejemplo, en el Concierto Brandenburgo No.2 de J. S. Bach, el músico debe usar los modos de oscilación correspondientes a los armónicos 7 al 16. Notemos, sin embargo, que aun usando estos modos de oscilación con  $n$  grande, los sonidos no cubren todos los semitonos y, además, no todos ellos corresponden exactamente a sonidos afinados de la escala musical.

Dadas estas limitaciones, se inventaron diversos mecanismos que permitieron obviarlas. Las tres principales soluciones que se intentaron fueron:

1. Agregar perforaciones laterales al instrumento, para acortar su largo en forma efectiva, como en el caso de

los vientos de madera. Esta solución tiene la desventaja de que, al abrir las perforaciones laterales, el sonido, en lugar de ser irradiado por el pabellón, será en parte irradiado por la abertura del manto. Teniendo ésta un diámetro muy distinto a la abertura del pabellón, resulta un importante cambio de intensidad. Sólo algunos instrumentos del renacimiento optaron por esta solución, que cayó luego en el olvido.

2. Construir el instrumento con tubos deslizantes, llamados *correderas* o *varas*. Esta es la solución que se ha adoptado para el trombón. Empujando la corredera, el músico alarga su instrumento, bajando la frecuencia del sonido emitido. Una ven-

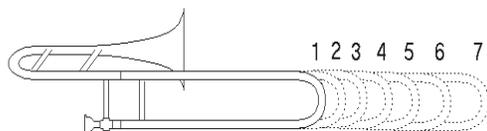


Figura 7.5: Diagrama que muestra las siete posiciones en un trombón.

taja de esta solución es que el músico puede “deslizarse” de una nota a otra en forma continua (*glissando*). La principal desventaja es que este sistema no permite ejecutar notas con una gran rapidez.

Con seis posiciones, cada una un semitono más grave que la anterior, se puede cubrir completamente la brecha (una quinta justa) entre los dos sonidos de menor frecuencia que emite el instrumento. Por comodidad, en el trombón es usual definir siete posiciones (ver figura 7.5). Notemos que para disminuir la frecuencia de un sonido en un semitono, el largo de la tubería debe aumentar en un factor  $\sqrt[12]{2} = 1,0595$ ; o sea, el largo adicional no es igual para todas las notas (véase figura 7.5).

- Introducir *pistones* que permitan deflectar el aire hacia tuberías laterales adicionales, alargando en forma efectiva el instrumento. Esta es la solución por la cual se ha optado en la mayoría de los metales. Con tres válvulas, una disminuyendo la frecuencia del sonido en un semitono, otra en un tono, y la tercera en un tono y medio, es posible obtener los seis semitonos necesarios para cubrir la brecha de la quinta justa (ver tabla 7.2). La introducción de

Tabla 7.2: Disminución de la frecuencia del sonido obtenida en los metales al presionar las válvulas 1, 2 y 3. La válvula 1 es la que está más cerca de la boquilla.

Válvulas			Disminución del sonido (semitonos)	Intervalo
1	2	3		
			0	—
	x		1	semitono
x			2	tono
x	x		3	3 <sup>a</sup> menor
		x	3	3 <sup>a</sup> menor
	x	x	4	3 <sup>a</sup> mayor
x		x	5	4 <sup>a</sup> justa
x	x	x	6	4 <sup>a</sup> aumentada

tres pistones en los metales es una buena solución para obtener una escala cromática; sin embargo, no es una solución perfecta, pues la cantidad de tubería que se agrega al instrumento al presionar un pistón es fija. Para comprender el problema que esto causa, consideremos dos situaciones: a) una trompeta a la que no se le presiona ningún pistón y b) la misma trompeta con los pistones 2 y 3 presionados. Es claro que, en el caso b), el largo de la tubería es mayor que en el caso a). Ahora, si presionamos el pistón 1 tanto en a) como en b), el largo adicional introducido será proporcionalmente mayor en el caso a). Luego, al presionar el primer pistón, la frecuencia del sonido disminuye una fracción mayor cuando los otros dos pistones no están presionados. Este problema, sin embargo, no es demasiado grave, siendo usual, en los instrumentos reales, repartir estos “desajustes” parejamente sobre las tres tuberías laterales.

## 7.5 Otros metales

En esta sección mencionaremos algunas particularidades de otros metales.

### La trompa

Cuando fue usada por primera vez la trompa (el corno moderno) en una orquesta, los franceses la consideraron un instrumento alemán y la llamaron *cor allemand*. Los ingleses, por otra parte, supusieron que era un instrumento francés llamándola *french horn*.

No sólo en la orquesta ha encontrado el corno un lugar permanente. En efecto, su sonido, que se amalgama bien con los demás metales, con los vientos de madera y con los instrumentos de cuerda y que puede tener gran variabilidad de timbres, ha hecho del corno un instrumento de gran aceptación en la música de cámara.

El corno, en varios aspectos generales, es similar a la trompeta: ambos consisten en una tubería que, en su mayor parte, es esencialmente cilíndrica y concluye en un pabellón bastante pronunciado. Tres válvulas, 1, 2 y 3, agregan a la tubería principal secciones que permiten bajar la frecuencia del sonido en un tono, un semitono y tres semitonos, respectivamente.

Una diferencia importante entre la trompeta y el corno es que en realidad este último es dos instrumentos en uno. Efectivamente, el corno (igual que algunos otros instrumentos de metal de gran tamaño) posee una cuarta válvula<sup>2</sup> que permite dirigir el flujo del aire por una

de las dos tuberías paralelas, tuberías que sólo vuelven a juntarse al emerger de la tercera válvula (ver figura 7.6).

Al presionar la cuarta llave (para ello se usa el pulgar), el flujo de aire es desviado por la tubería que en la figura 7.6 se muestra con líneas punteadas. Al no presionar ninguna de las válvulas 1, 2 y 3, el largo de la tubería punteada es mayor que el de la tubería original (línea continua) en una magnitud tal que la frecuencia baja en exactamente una cuarta justa (o sea, es más larga en la razón 4:3). Igual que con la tubería original, al presionar las válvulas 1, 2 y 3 se le agregan desvíos a la tubería punteada que disminuyen las frecuencias del sonido en un tono, un semitono y tres semitonos, respectivamente. Es claro, por lo que se mencionó más arriba para la trompeta, que los desvíos introducidos por las válvulas 1, 2 y 3, para la tubería punteada deben ser un 33% más largos que para la tubería original, siendo ésta la razón por la cual no se pueden usar las secciones laterales de la tubería original.

Resumiendo, el corno es un instrumento que, por su mecanismo, puede funcionar alternadamente en *Fa* o en *Si b*, mediante la acción de una cuarta llave.

Al no presionar ninguna de las válvulas y permitir que la columna oscile en el modo  $n=2$ , el sonido que se genera corresponde al *Si b* de 116 Hz. Con la ayuda de la cuarta llave, la frecuencia disminuye en una cuarta justa (del *Si b* de 116 Hz al *Fa* de 87 Hz). Presionando las otras tres llaves puede continuar disminuyendo la frecuencia en una cuarta aumentada, llegándose al *Si* de  $\sim 62$  Hz. En el corno es posible hacer sonar las notas pedales. Al no presionar ninguna de las válvulas, la frecuencia más baja que se puede lograr es de 58 Hz; sin embargo esta *nota pedal*,

<sup>2</sup>Las válvulas son, en la mayoría de los metales, del tipo pistón; el corno, sin embargo, posee válvulas rotatorias, las que se hacen girar presionando una llave.

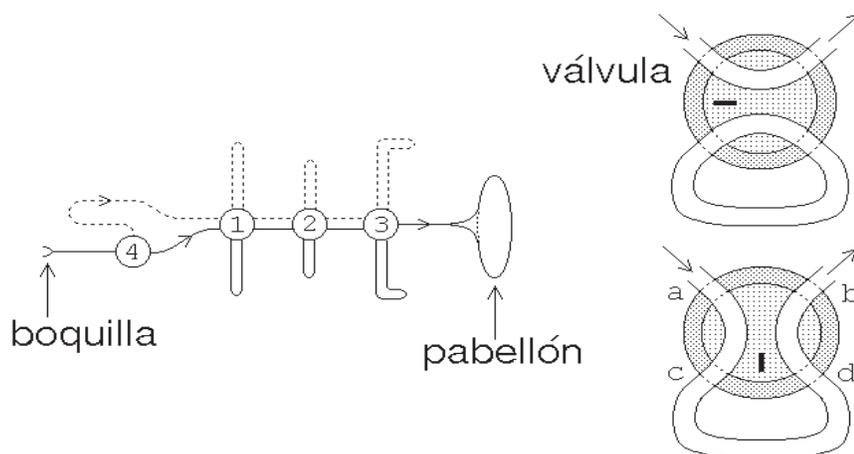


Figura 7.6: Diagrama esquemático de la tubería de un corno. La válvula 4 redirige el flujo de aire, ya sea a lo largo de la línea llena o de la línea punteada. Al lado derecho se muestra esquemáticamente cómo una válvula rotatoria redirige el flujo de aire al rotar el cilindro central en  $90^\circ$ .

como ya hemos dicho, no corresponde al modo de oscilación  $n=1$  de la columna de aire, sino a una excitación simultánea de los modos con  $n = 2, 3, 4, \dots$ , estando la frecuencia de 58 Hz ausente. Apretando las llaves se puede continuar extendiendo el instrumento a las demás notas pedales, de aún menor frecuencia. Sin embargo, la emisión de tales notas se torna siempre más difícil y peligrosa, siendo ellas de poco provecho musical.

El instrumento es “enrollado” de manera tal que el pabellón pueda quedar a una distancia de fácil acceso para la mano derecha. Una característica novedosa en la ejecución del corno es el frecuente uso de esa mano para modificar el comportamiento del pabellón, lo que a su vez permite modificar levemente la frecuencia y el timbre del sonido emitido por el instrumento. Dependiendo de cómo y hasta dónde se introduce la mano, (con los dedos juntos y estirados, o con la

palma plana), la frecuencia del sonido se puede aumentar o disminuir en aproximadamente un semitono. Este efecto es más notorio en el registro medio. Para sonidos más agudos o más graves, se torna más difícil controlar el sonido y la afinación de las notas con la mano.

El uso de la mano derecha en el interior del pabellón también permite resolver otro problema. Recordemos que, a medida que la frecuencia del sonido aumenta, la reflexión del sonido desde el pabellón hacia el interior del instrumento (indispensable para la generación de las ondas estacionarias), es cada vez menor. Esto, en el corno, hace difícil ejecutar sonidos con frecuencias mayores que 700 Hz. Al introducir la mano en el pabellón, es posible modificar las características de éste de manera que la reflexión aumente, haciendo posible la generación de sonidos de hasta unos 932 Hz.

¿Qué ventajas presenta la cuarta vál-

vula? Una es que con ella se aumenta el rango de frecuencias del instrumento en una cuarta. Otra ventaja es que cada nota puede ser generada con distintas combinaciones de válvulas y modos oscilatorios de la columna de aire. Cuál de ellas se use para una nota en particular dependerá de las notas anteriores y posteriores. En general, esta variabilidad de formas para generar un tono permite una técnica de ejecución muy fluida.

### **El corno alpino**

Existe un instrumento cónico, de grandes dimensiones (puede tener desde dos a cinco metros de largo), confeccionado de madera y que es usado por los pastores alpinos: el *Alphorn*.

Debido a que el aire queda encerrado en un cuerpo cónico, los modos naturales de éste ya corresponden a sonidos de interés musical (ver tabla 5.1). Esto explica la ausencia de un pabellón en estos instrumentos: no es necesario ajustar las frecuencias de los modos de oscilación para obtener sonidos musicalmente útiles.

Lo anterior es una característica que podemos observar, en general, también en los demás metales. Como ya hemos dicho, la mayoría de los metales posee una tubería que consta de secciones cilíndricas y secciones cónicas. Generalmente, mientras más cónico es el instrumento, tanto menos pronunciado es su pabellón.

---

# Capítulo 8

## El timbal

Una forma particularmente conocida de producir ruidos y sonidos es la percusión, es decir, la acción de golpear unos objetos con otros. Algunos de estos sonidos —ricos en matices y timbres, aunque cortos de duración— fueron del gusto del oído humano, y fue así como se hizo necesaria la fabricación de variados instrumentos que los produjeran para hacer la música aún más placentera y acabada.

Hoy día vemos que, según sus pretensiones, las composiciones musicales exigen la presencia de distintos instrumentos de percusión, entre los que destacan: timbales, tambores, bombos, campanas, triángulos, xilófonos, marimbas, *gongs*, platillos, campanas tubulares, etc. Estallidos, ruidos sordos, quebraduras, repiques, campanilleos, traqueteos, cascabeleos y truenos, pueden ser simulados por estos instrumentos.

En muchos de estos instrumentos, lo que vibra y produce el sonido es una superficie, en particular, una membrana. Por esta razón comenzaremos el presente capítulo analizando los modos de oscilación de tales membranas.

### 8.1 Modos normales de una membrana rectangular

Hemos visto en los capítulos anteriores los modos de vibración de una cuerda fija en sus extremos. Tal análisis fue de primordial importancia para entender, entre otras cosas, la física del piano e, indirectamente, la de los instrumentos de viento.

Ampliaremos el estudio anterior para, de esa manera, comprender las vibraciones que pueden producirse en una membrana.

Partiremos de una membrana rectangular de lados  $a$  y  $b$  con bordes fijos (ver figura 8.1). A pesar de que no conocemos un instrumento musical que posea una membrana de tal forma geométrica, analizaremos primeramente este caso por corresponder a una extensión, a dos dimensiones, de las oscilaciones de una cuerda vibrante.

Consideremos tal membrana rectangular (con bordes fijos) oscilando en alguno de sus modos normales y fijémonos en el desplazamiento de aquellos puntos de la membrana que se encuentran a lo largo de una recta paralela a alguno de sus lados (para fijar ideas, supongamos que éste es el lado de largo  $a$ ). Lo interesante es que, no importando en qué lugar trazamos la recta, el desplazamiento

de estos puntos será análogo al desplazamiento que causa alguno de los modos normales en una cuerda, de largo  $a$ , con extremos fijos. Lo mismo ocurre si observamos los puntos de la membrana a lo largo de una recta paralela al borde  $b$ ; el desplazamiento será idéntico al desplazamiento que muestran los modos normales de una cuerda, de largo  $b$ , con extremos fijos. Veamos algunos ejemplos.

En la figura 8.1 se muestra una membrana rectangular oscilando en su modo fundamental. Si observamos los puntos de la membrana a lo largo de una recta paralela al eje  $\hat{x}$ , el movimiento será idéntico al modo fundamental de una cuerda. Lo mismo podemos afirmar al hacerlo a lo largo de una recta paralela al eje  $\hat{y}$ <sup>1</sup>.

La figura 8.2 muestra la membrana oscilando en su segundo modo. En este caso, si observamos a lo largo de una recta paralela al eje  $\hat{x}$ , el movimiento será idéntico al del segundo armónico en una cuerda (de largo  $a$ ). A lo largo de una recta paralela al eje  $\hat{y}$ , sin embargo, el movimiento seguirá correspondiendo al del modo fundamental de una cuerda (de largo  $b$ ).

¿Cómo podríamos caracterizar (clasificar) los modos de oscilación de una membrana? Antes de responder esta interrogante, recordemos brevemente el resultado que obtuvimos en el capítulo 3 para una cuerda con extremos fijos: los modos normales de tal cuerda se clasifican con un entero  $n = 1, 2, 3$ , etc.; las frecuencias del modo  $n$  están dadas por

$$\nu_n = C \frac{n}{L}$$

<sup>1</sup>Por supuesto que, para el movimiento de la membrana en un modo en particular, tanto las amplitudes como las frecuencias de las oscilaciones a lo largo de las direcciones  $\hat{x}$  y  $\hat{y}$  están estrechamente relacionadas.

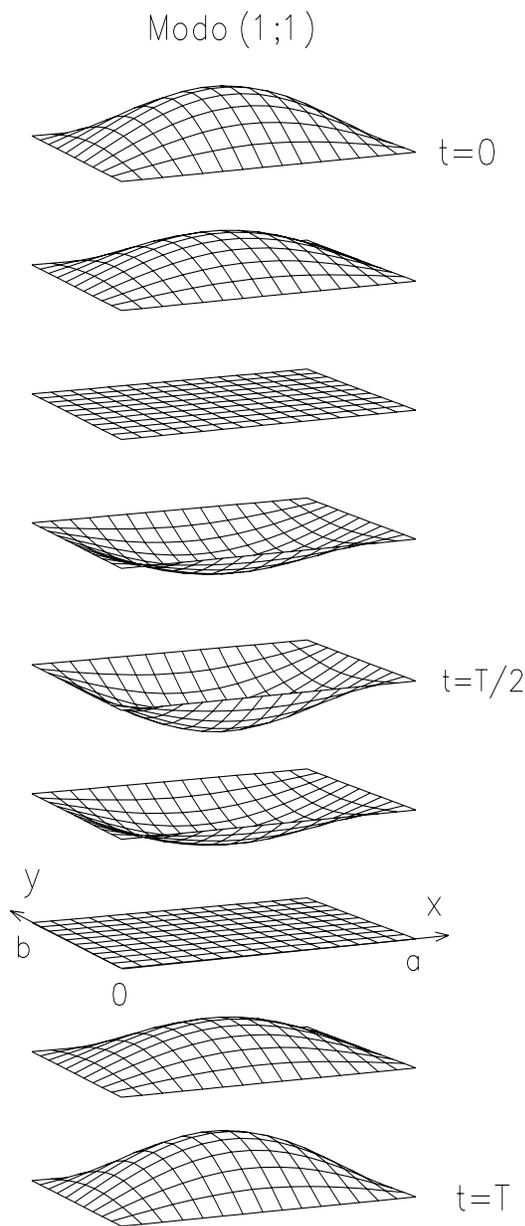


Figura 8.1: Membrana rectangular con  $a = 1,5b$  vibrando en el modo fundamental.

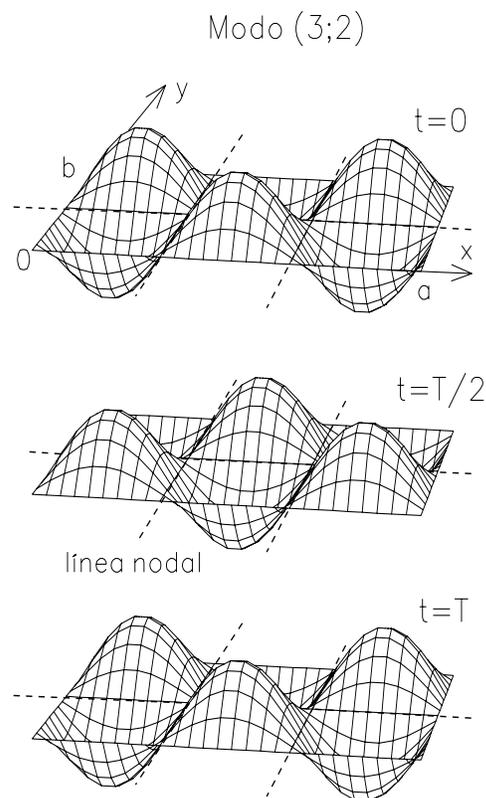
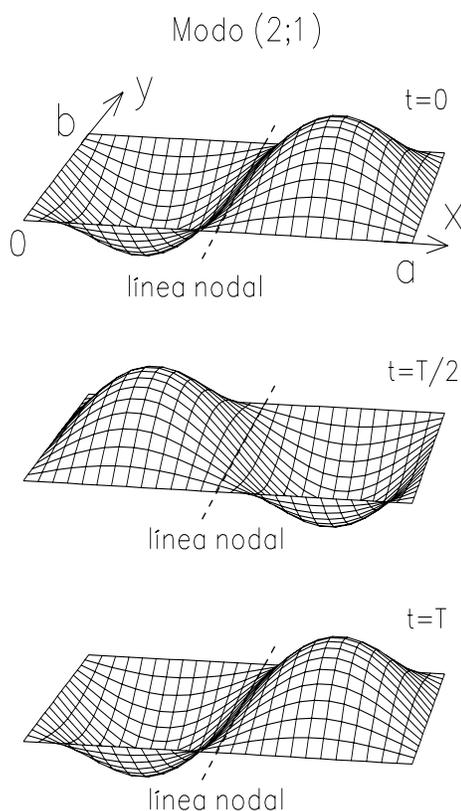


Figura 8.2: Membrana rectangular con  $a = 1,5b$  vibrando en el segundo modo.

Figura 8.3: Membrana rectangular con  $a = 1,5b$  vibrando en el modo (3;2).

y el número de nodos es  $n - 1$ . Acá,  $L$  es el largo de la cuerda y  $C$  es una constante que depende de la tensión y densidad lineal de la misma.

Para clasificar los distintos modos normales de una membrana rectangular, lo más simple es recurrir a dos enteros, uno para caracterizar el modo de oscilación a lo largo de rectas paralelas al eje  $\hat{x}$ , y otro para caracterizar el modo de oscilación a lo largo de rectas paralelas al eje  $\hat{y}$ . De esta manera, el estado fundamental viene rotulado por el par de enteros (1;1), en tanto que el segundo modo (para  $a > b$ ) viene caracterizado por los enteros (2;1).

En la figura 8.3 se muestra la membrana cuando oscila en el modo normal  $(n;m) = (3;2)$ . A lo largo de rectas paralelas al eje  $\hat{x}$ , el movimiento es análogo al de una cuerda en el modo  $n = 3$ , mientras que, a lo largo de rectas paralelas al eje  $\hat{y}$ , el movimiento es análogo al de una cuerda oscilando en el armónico  $m = 2$ .

En las figuras 8.2 y 8.3 podemos observar que no sólo los bordes de la membrana están quietos, sino que existen también otros lugares que no se mueven a medida que transcurre el tiempo. Estos lugares geométricos, destacados en las figuras 8.2 y 8.3 con líneas rectas segmentadas, se llaman *líneas nodales* y

son el análogo bidimensional de los nodos que observamos en las oscilaciones de una cuerda. Cuando una membrana rectangular oscila en el modo caracterizado por los enteros  $(n; m)$ , se observarán  $n - 1$  líneas nodales paralelas al eje  $\hat{y}$  y  $m - 1$  líneas nodales paralelas al eje  $\hat{x}$ . El modo de oscilación fundamental de la membrana no posee líneas nodales; en ese caso, sólo los bordes de la membrana están siempre en reposo.

En ocasiones, para visualizar y clasificar los distintos modos de oscilación de una membrana, resulta útil graficar sus líneas nodales. En la figura 8.4 se muestra tal representación, para los modos de menor frecuencia de una membrana rectangular. Áreas con signos opuestos corresponden a regiones de la membrana que, en un instante dado, se mueven en direcciones contrarias.

¿Qué podemos decir respecto de las frecuencias de los distintos modos normales de una membrana rectangular? Experimentalmente (resultado que también ha sido deducido teóricamente) se encuentra que éstas se obtienen de

$$\nu_{nm} = \bar{C} \sqrt{\left(\frac{n}{a}\right)^2 + \left(\frac{m}{b}\right)^2}, \quad (8.1)$$

donde  $n$  y  $m$  son los enteros que caracterizan un modo en particular, y  $\bar{C}$  es una constante que depende de la tensión y densidad superficial de la membrana. La frecuencia del modo fundamental, que se obtiene para los enteros  $n = m = 1$ , la denotaremos por  $\nu_0$ , o sea,  $\nu_0 \equiv \nu_{11}$ .

Podemos ahora, usando la ecuación (8.1), encontrar las frecuencias de todos los modos de oscilación en función de la frecuencia del modo fundamental. Por supuesto que esto depende de la forma de la membrana. Analicemos,

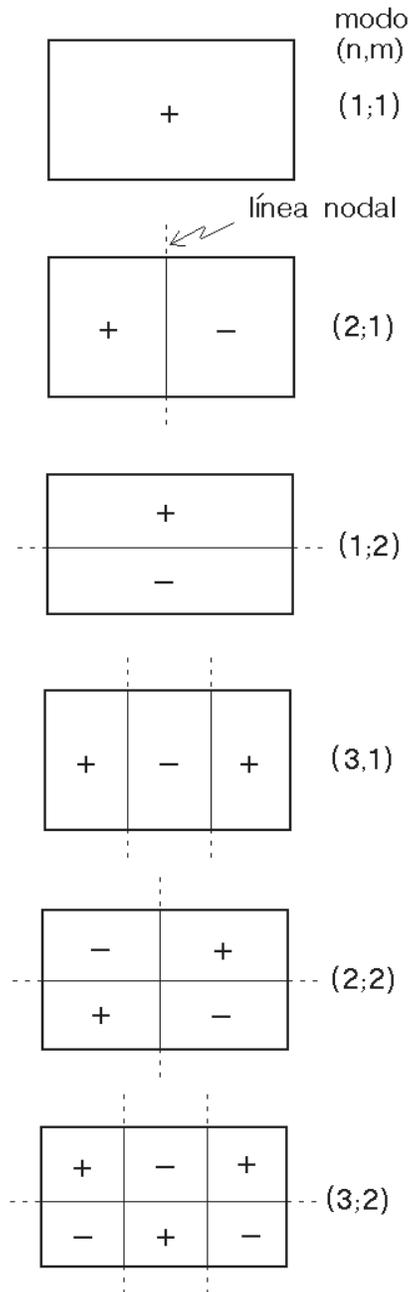


Figura 8.4: Líneas nodales para varios modos de una membrana rectangular con  $a > b$ .

como ejemplo, el caso particular que se obtiene cuando  $a = 1,5b$ . En ese caso, las frecuencias, para los tres primeros modos, en orden creciente, son:

$$\begin{aligned}\nu_{11} &= \bar{C} \sqrt{\left(\frac{1}{a}\right)^2 + \left(\frac{1}{b}\right)^2} \\ &= 1.803 \frac{\bar{C}}{a} \equiv \nu_0\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\nu_{21} &= \bar{C} \sqrt{\left(\frac{2}{a}\right)^2 + \left(\frac{1}{b}\right)^2} \\ &= 2.500 \frac{\bar{C}}{a} = 1.387 \nu_0\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\nu_{12} &= \bar{C} \sqrt{\left(\frac{1}{a}\right)^2 + \left(\frac{2}{b}\right)^2} \\ &= 3.162 \frac{\bar{C}}{a} = 1.754 \nu_0\end{aligned}$$

En la tabla 8.1 se muestran las frecuencias de éstos y otros modos para la membrana rectangular con  $a = 1,5b$ .

Notemos que estas frecuencias no forman una sucesión armónica<sup>2</sup>. Este hecho tiene una importante consecuencia sobre el sonido emitido por la membrana. En efecto, análogamente a lo que sucede en el caso de una cuerda, al poner en movimiento una membrana rectangular, por ejemplo, percutiéndola con un macillo, oscilará en una superposición de muchos modos normales. Debido a que las frecuencias de estos modos no están en una

<sup>2</sup>En el caso de una cuerda vimos que las frecuencias de los modos normales sí formaban una sucesión armónica, es decir, cada una era un múltiplo entero del modo fundamental. Sabemos también que, en tal caso, una suma de los modos normales, con determinadas amplitudes, nos da un sonido que posee un timbre característico y una frecuencia igual a la del modo fundamental.

Tabla 8.1: Frecuencias de los distintos modos normales  $(n; m)$ , relativas a la frecuencia  $\nu_0$  del modo fundamental, para una membrana rectangular con  $a = 1,5b$ .

modo $(n; m)$	frecuencia
(1;1)	1.000 $\nu_0$
(2;1)	1.387 $\nu_0$
(1;2)	1.754 $\nu_0$
(3;1)	1.860 $\nu_0$
(2;2)	2.000 $\nu_0$
(3;2)	2.353 $\nu_0$
(4;1)	2.370 $\nu_0$
(1;3)	2.557 $\nu_0$

relación armónica, el sonido emitido no dará la impresión de poseer una frecuencia bien definida, siendo lo que escuchamos más parecido a un ruido.

No entraremos en más detalle en el análisis de las membranas rectangulares, en consideración a que deseamos focalizar nuestra atención en un instrumento con una membrana circular que, al igual que la membrana rectangular, presenta características impresionantes de no armonicidad, pero que, al percutirla adecuadamente y hacerla interactuar con una masa de aire encerrada en una especie de tambor, logra emitir un sonido afinado. Se trata del *timbal*.

## 8.2 El timbal

El timbal consta esencialmente de una membrana (o *parche*) de un material muy resistente, tensada sobre un tambor. Seis tornillos colocados en sus bordes permiten variar su tensión y, por consiguiente,

su afinación<sup>3</sup>.

Hemos hablado de afinación del timbal, y nos preguntamos entonces sobre las frecuencias de los modos normales de vibración de su membrana circular.

### Modos normales de una membrana circular

Existe un método experimental, debido a Chladni, muy simple, pero bastante espectacular, que permite visualizar los distintos modos de vibración de una membrana y encontrar sus frecuencias. Este método consiste en esparcir uniformemente arena fina sobre la membrana, y observar qué sucede con la arena al inducir oscilaciones en la membrana con frecuencias bien conocidas<sup>4</sup>. Lo que veremos es que, cuando la frecuencia de la oscilación con que se induce el movimiento de la membrana coincide con una frecuencia de un modo normal particular de la membrana, ésta entra en *resonancia*, es decir, oscila en forma notoriamente más violenta. La arena depositada comienza entonces a bailotear y a desplazarse hacia lugares en que el movimiento de la membrana sea menos intenso. De esta manera, la arena paulatinamente comienza a acumularse en los lugares en que la

membrana tiene líneas nodales (pues en esos lugares la membrana no se mueve). Registrando las frecuencias para las cuales se observan estas resonancias podemos establecer las frecuencias de los distintos modos normales de la membrana. Más aún, este mismo experimento permite caracterizar cada modo normal usando el *diagrama nodal* resultante. La figura 8.5 muestra las líneas nodales para algunos de los modos normales de oscilación que se observan en un timbal.

El modo normal de menor frecuencia es el que se muestra en la parte superior izquierda de la figura 8.5. Igual que en el caso de la membrana rectangular, este modo no posee nodos —sólo el borde circular está siempre quieto. La segunda foto de la columna izquierda corresponde al segundo modo, modo que posee una línea nodal circular.

Las líneas nodales que se observan para los modos normales de oscilación de una membrana circular, o son circulares o son diametrales. De esta manera, podemos caracterizar cada modo por el número de nodos de cada tipo que posee. Es usual rotular cada modo con dos enteros  $n$  y  $m$ , donde  $n$  es el número de líneas nodales diametrales y  $m - 1$  el número de líneas nodales circulares. Demos algunos ejemplos.

El modo fundamental no posee líneas nodales radiales, por lo tanto se tiene  $n = 0$ ; tampoco posee líneas nodales angulares, por lo tanto aquí  $m - 1 = 0$ . De esta última ecuación se deduce que  $m = 1$ . Luego, el modo de oscilación fundamental (es decir, el de menor frecuencia) de una membrana circular viene rotulado con los enteros  $(0; 1)$ .

El segundo modo de la membrana tampoco posee líneas nodales diametrales, luego  $n = 0$ . Pero sí posee una lí-

<sup>3</sup>El instrumento posee, además, un pedal que permite modificar la tensión de la membrana durante la ejecución, de manera que el sonido varíe hasta en una sexta. La precisión de este mecanismo es tal que incluso permite la ejecución de una pequeña melodía.

<sup>4</sup>Para excitar las oscilaciones en la membrana lo más simple es pegar un pequeñísimo imán sobre ella e inducirlo a moverse mediante otro imán que se hace oscilar en su vecindad. Para esto último, lo más cómodo es usar el electroimán de un parlante, el cual se alimenta con una corriente oscilatoria, de frecuencia bien conocida y controlada, proveniente de un generador de pulsos u oscilador.

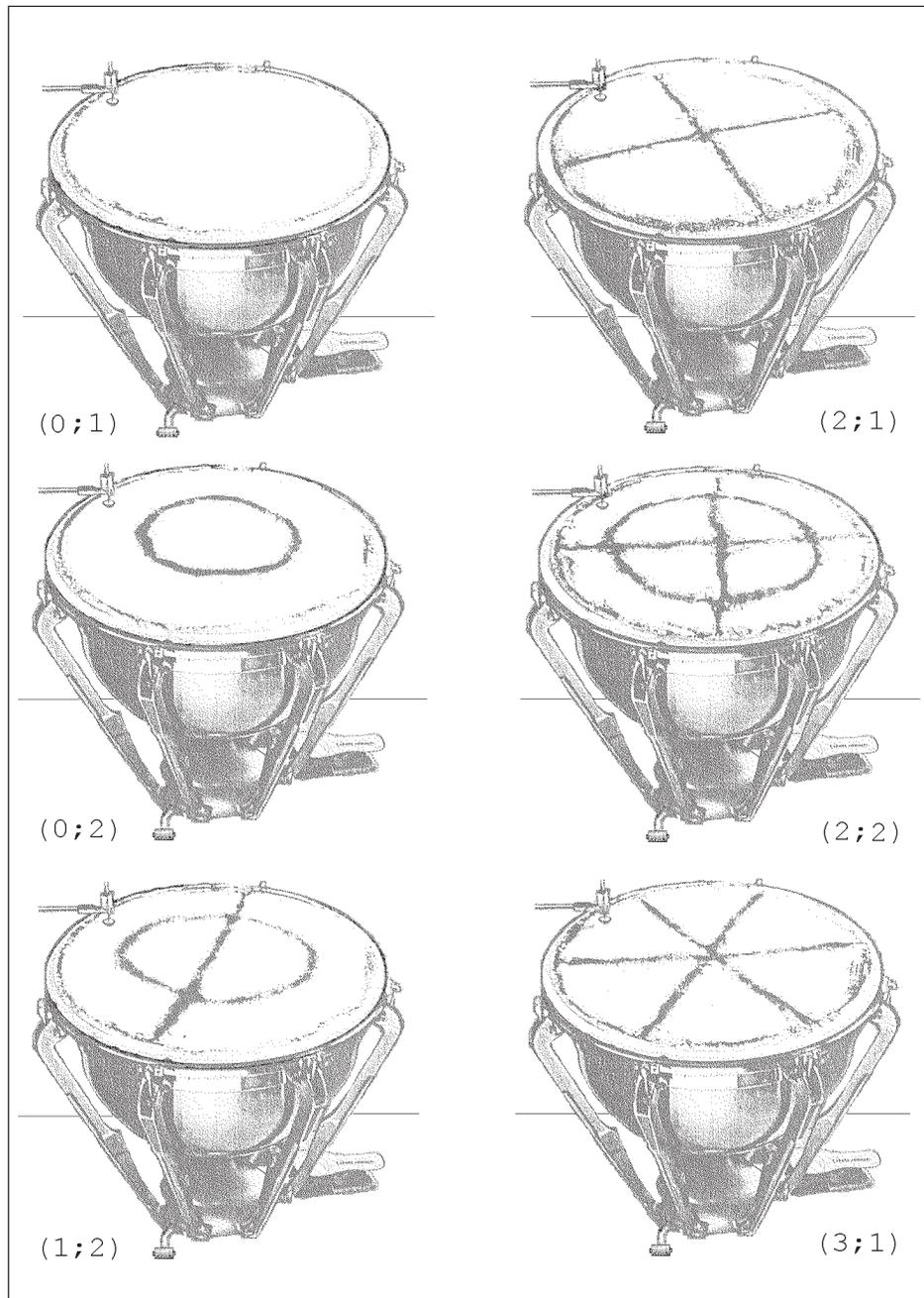


Figura 8.5: Experimento de Chladni sobre la membrana de un timbal. Los lugares donde permanece el polvillo corresponden a las líneas nodales. Algunas de las figuras resultantes recuerdan los signos de los cuatro elementos aristotélicos. (Figura adaptada de T. D. Rossing, *Scientific American*, noviembre 1982).

nea nodal circular, por lo tanto  $m = 2$ . Luego, este modo se caracteriza por los enteros  $(n; m) = (0; 2)$ .

La figura 8.6 muestra esquemáticamente las líneas nodales que se observan para los distintos modos de oscilación de una membrana circular (fija en el borde). Notemos que regiones de la membrana separadas por una línea nodal siempre se mueven en sentidos opuestos: si las regiones con el signo *más* se mueven hacia arriba, las que tienen el signo *menos* se mueven hacia abajo —claro está que, medio período más tarde, los sentidos estarán revertidos.

En la figura 8.7 se muestra la deformación de una membrana circular cuando oscila en el modo  $(1; 1)$ . La línea nodal, igual que el borde de la membrana, no se mueve a medida que transcurre el tiempo.

Resumimos a continuación los aspectos que tienen en común las oscilaciones de membranas rectangulares y circulares:

- En ambos casos, aparecen dos familias de líneas nodales ortogonales. Esto quiere decir que cuando las líneas se cruzan, lo hacen formando ángulos rectos.
- En ambos casos, se usan dos enteros, relacionados con el número de líneas nodales de cada tipo, para caracterizar los distintos modos normales.
- El modo fundamental no posee líneas nodales.

### 8.3 Modelo para la emisión del sonido en un timbal

Antes de analizar lo que pasa con las frecuencias de los distintos modos de vibra-

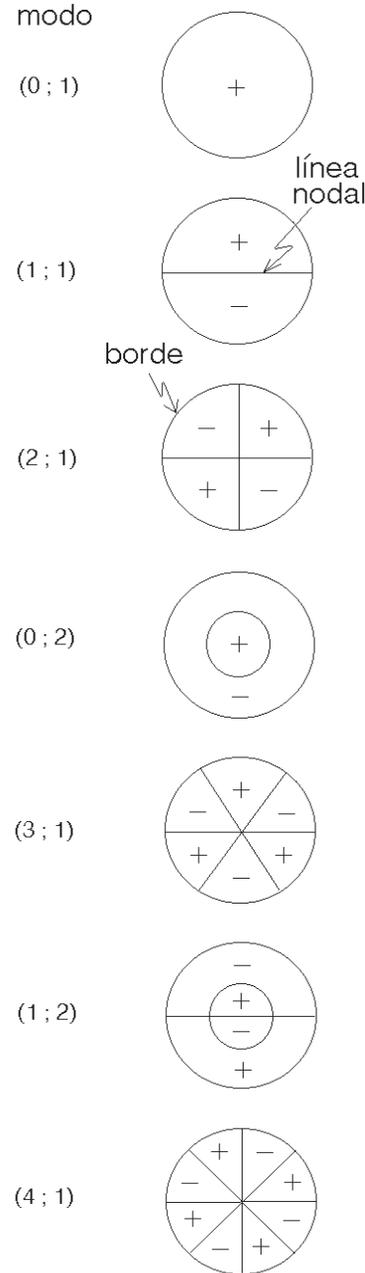


Figura 8.6: Líneas nodales para varios modos de una membrana circular en orden creciente de frecuencias.

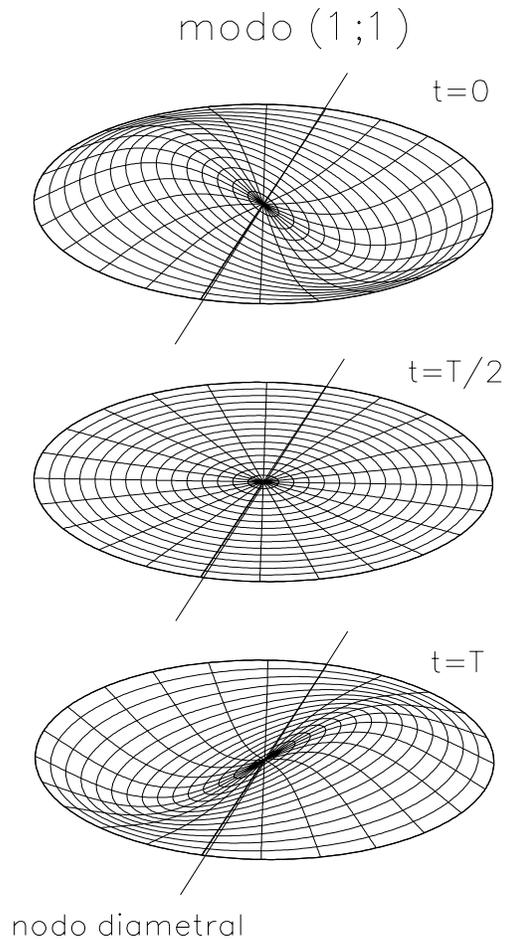


Figura 8.7: Oscilación de una membrana circular en el modo (1;1).

ción de la membrana de un timbal, y con ello entender por qué dicho instrumento emite un sonido al que sí se puede asignar una frecuencia bien definida, debemos analizar con mayor detalle la forma en que estos modos irradian el sonido.

Para entender la física de un fenómeno es usual recurrir a modelos simples. Estableceremos uno que guarda cierta relación con la radiación emitida por las antenas de radio.

### Radiación monopolar

Consideremos una esfera que está vibrando radialmente, es decir, que se expande y contrae periódicamente. Cuando la esfera se expande, comprimirá todo el aire en su cercana vecindad, mientras que, cuando se contrae, produce allí una rarefacción. Esta perturbación de la densidad del aire se propaga, generando una onda sonora. Una esfera vibrando radialmente emitirá un sonido que será el mismo en todas las direcciones: es una radiación isótropa. Tal tipo de radiación se llama *monopolar*.

Un estudio teórico y experimental de este tipo de radiación muestra que la potencia emitida, es decir, la energía por unidad de tiempo que es transportada por la onda sonora, es proporcional a  $(D/\lambda)^2$ , donde  $D$  es la amplitud de la oscilación y  $\lambda$  la longitud de onda del sonido emitido.

### Radiación dipolar

Ahora consideremos la misma esfera oscilando hacia arriba y abajo (por ejemplo, al estar colgada de un resorte). Al subir, comprimirá el aire que está en contacto con ella en la parte superior; en la parte inferior, sin embargo, el aire se enrarecerá. La situación se revierte al moverse la esfera hacia abajo; en ese caso, el aire de la parte inferior es comprimido, mientras que el de la parte superior es enrarecido. En la dirección perpendicular a la dirección de movimiento prácticamente no hay actividad; efectivamente, en el plano horizontal, la onda de compresión proveniente de un lado de la esfera interfiere con la onda de descompresión proveniente del otro lado, siendo las variaciones de presión esencialmente nu-

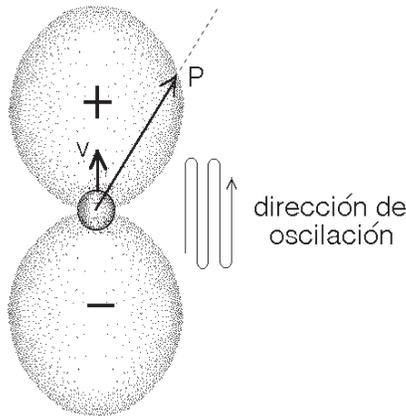


Figura 8.8: Intensidad del sonido generado por una fuente dipolar que oscila. La intensidad del sonido en una cierta dirección es proporcional al largo de la flecha que apunta en esa dirección y va desde el centro de la esfera hasta el borde del lóbulo.

las en ese plano. Por esto la intensidad sonora, en este caso, dependerá decisivamente de la dirección en la que está el oyente, siendo el sonido mucho más intenso en la dirección vertical que en la del plano horizontal (ver figura 8.8). Este tipo de fuente se llama *dipolar*.

Un experimento muy simple, que mostramos en la figura (8.9), nos permite observar esta anisotropía de la radiación del sonido: tomemos un tenedor y hagamos vibrar con la uña una de sus puntas; al rotar el tenedor notaremos que la intensidad del sonido cambia notoriamente.

El estudio teórico y experimental de este tipo de radiación muestra que la potencia emitida en este caso es proporcional a  $(D/\lambda)^4$ . Generalmente  $D$  es mucho menor que la longitud de onda, o sea,  $D/\lambda \ll 1$ , y, por lo tanto, una fuente de sonido dipolar es mucho menos eficiente en la emisión de sonido que una monopolar.

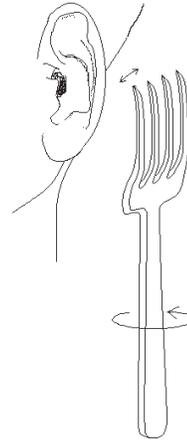


Figura 8.9: Experimento con el tenedor. Al oscilar uno de los dientes estamos en presencia de una fuente sonora dipolar; al rotar el tenedor la intensidad del sonido que se escucha varía notoriamente.

Consideremos una membrana circular, con borde fijo, que oscila en su modo fundamental (0;1) (podemos imaginarnos la membrana de un timbal en ausencia del tambor inferior). En el estado (0;1) tal membrana corresponderá a una fuente dipolar: al moverse hacia arriba comprime el aire que está directamente sobre la membrana y enrarece el que está justamente debajo. En la dirección paralela a la superficie de la membrana, la energía sonora irradiada es pequeña. Al montar ahora la membrana sobre el tambor, transformándolo en un timbal, la situación cambia radicalmente. La onda sonora emitida hacia abajo es contenida por el tambor y ya no puede interferir con el sonido emitido por la parte superior de la membrana. La fuente sonora en ese caso corresponderá más bien a una fuente monopolar que a una fuente dipolar, siendo la radiación nuevamente bastante isotrópica. Como era de esperar, también hay un efecto sobre la ate-

nuación de las oscilaciones: en ausencia del tambor (fuente dipolar), el tiempo de decaimiento es aproximadamente el doble del que tiene al estar estirada sobre el tambor (fuente monopolar).

### Radiación cuadrípolar

¿Cuál es la situación si una membrana circular, con borde fijo, oscila en su segundo modo, (1;1)? Tal modo de oscilación muestra una línea nodal horizontal, dividiendo la membrana en dos regiones que en todo instante se mueven en direcciones opuestas. Es fácil intuir que, en este caso, el diagrama que muestra la intensidad del sonido en función de las direcciones de propagación tendrá cuatro lóbulos, dos de compresión y dos de rarefacción (ver figura 8.10a). Tal fuente se llama *cuadrípolar*.

Para la radiación cuadrípolar, la potencia emitida es proporcional a  $(D/\lambda)^6$ , o sea, tal fuente de emisión es aun menos eficiente que una dipolar.

Montando la membrana oscilando en el modo (1;1) sobre el tambor de un timbal, éste intercepta a dos de los lóbulos, transformando a la membrana en una fuente sonora dipolar (ver figura 8.10b).

Podemos continuar de la misma manera: al oscilar una membrana en el estado (2;1), la radiación emitida corresponderá a lo que se llama una fuente *octopolar* y la potencia emitida será proporcional a  $(D/\lambda)^8$ ; montando tal membrana sobre el tambor de un timbal, la fuente sonora se transforma en cuadrípolar (ver figura 8.11).

¿Qué significa todo lo anterior para el sonido irradiado por un timbal? Primero notemos que el único modo de oscilación que corresponderá a una fuente monopolar

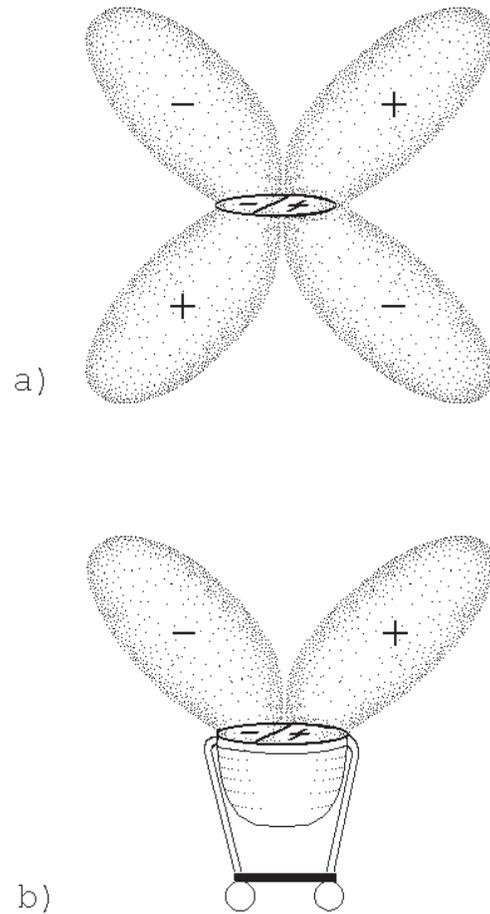


Figura 8.10: a) Intensidad del sonido generado por una membrana oscilando en el modo (1;1). Tal fuente emite una radiación cuadrípolar. b) La misma membrana, colocada sobre el tambor de un timbal. La radiación emitida a la sala corresponde a una radiación dipolar.

lar será el estado fundamental (0;1). Todos los demás corresponderán a fuentes dipolares o de orden multipolar mayor. La fuente monopolar es la que irradia la energía con mayor eficiencia y, por lo tanto, de todos los modos, es el que perderá la energía con mayor rapidez.

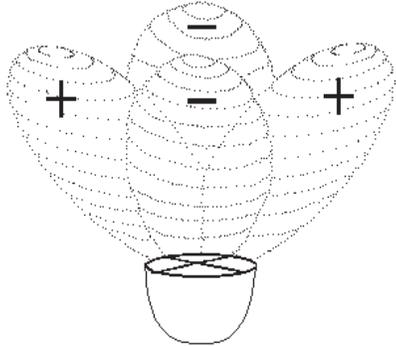


Figura 8.11: a) Intensidad del sonido generado por una membrana que oscila en el modo (2;1). Al estar tensada sobre el tambor de un timbal, la emisión corresponde a la de una fuente cuadrupolar.

En un timbal, la amplitud  $D$  de las oscilaciones inducidas en la membrana pueden llegar a ser del orden de 1 cm, y la longitud de onda típica del sonido emitido por un armónico es del orden de los 50 cm. De las estimaciones anteriores se deduce que  $(D/\lambda)^2 \sim (0,02)^2 = 0,0004$ , o sea, la radiación del modo dipolar es mucho menos eficiente que la del modo monopolar. La oscilación del modo dipolar, por tanto, durará mucho más tiempo que la del modo fundamental, que se desvanecerá rápidamente. De hecho, el sonido generado por el modo fundamental (0;1) desaparece tan rápidamente (en menos de 0,3 s), que en la práctica sólo contribuye al sonido percusivo explosivo que se escucha inicialmente, justo después de percutir el instrumento<sup>5</sup>. Los modos que sólo poseen nodos diametrales, por el contrario, tienen tiempos de decaimiento mucho mayores, siendo éstos, para los modos (1;1), (2;1) y (3;1),

<sup>5</sup>Lo mismo es relativamente cierto para los demás modos con nodos circulares; generalmente se desvanecen en menos de 0,5 s.

de aproximadamente 0,8 , 1,7 y 2,7 segundos, respectivamente. O sea, transcurrido un segundo después del golpe, sólo se percibirán estos modos.

Para todos los efectos prácticos, en lo que a frecuencia del sonido emitido por un timbal se refiere, el modo fundamental se puede ignorar. Será el segundo modo, el modo (1;1), el más relevante para definir la frecuencia característica emitida por un timbal, consecuentemente, en la siguiente sección, en lugar de comparar las frecuencias de los distintos modos con la del modo fundamental, se compararán con las del segundo modo, el (1;1), pasando éste a llamarse, con razón, *modo principal*.

#### 8.4 Frecuencias de los modos de oscilación de la membrana de un timbal

Es posible deducir matemáticamente las frecuencias de los modos de oscilación de una membrana ideal circular, es decir, una membrana perfectamente flexible que oscila en ausencia de aire. Presentamos en la tabla 8.2 tales frecuencias en función de la frecuencia  $\nu_0$  del modo fundamental (0;1). Notemos que, igual que en el caso de la membrana rectangular, las frecuencias de los distintos modos no están en una relación armónica (es decir, no son múltiplos de alguna frecuencia).

La tabla mencionada no reviste mayor interés, pues corresponde a una membrana ideal, situación muy lejana a la que se tiene para la membrana en un timbal. En el timbal, la membrana oscila en un medio (está rodeada por aire), está montada sobre el tambor y además no es perfectamente flexible; todo esto modifica radicalmente las frecuencias de los distin-

Tabla 8.2: Frecuencias de los distintos modos normales  $(n; m)$ , respecto a la frecuencia  $\nu_0$  del modo fundamental, para una membrana ideal circular con borde fijo (en ausencia de aire).

modo $(n; m)$	frecuencia
(0;1)	1,00 $\nu_0$
(1;1)	1,59 $\nu_0$
(2;1)	2,14 $\nu_0$
(0;2)	2,30 $\nu_0$
(3;1)	2,65 $\nu_0$
(1;2)	2,92 $\nu_0$
(4;1)	3,16 $\nu_0$
(2;2)	3,50 $\nu_0$
(0;3)	3,60 $\nu_0$
(5;1)	3,65 $\nu_0$

tos modos de oscilación de la membrana. Las frecuencias mostradas en la tabla 8.2, no corresponden ni siquiera aproximadamente, a las de los modos de oscilación de una membrana de un timbal.

El hecho de que la membrana oscile en el aire hace disminuir en forma sustancial las frecuencias de todos los modos. Por ejemplo, la frecuencia del modo fundamental disminuye típicamente en un 38%, la del modo (1;1) en un 28% y la del modo (2;1) en un 23%.

Al tensar la membrana sobre el tambor del timbal, las frecuencias aumentan. Sin embargo, estos cambios no afectan a todos los modos por igual. El colocar la membrana sobre el tambor del timbal afecta especialmente al modo fundamental y a los modos con líneas nodales circulares. Esto se puede entender fácilmente: al oscilar la membrana en el modo fundamental, el aire que hay dentro del tambor es comprimido y descomprimido

periódicamente, y es claro que esto actuará como una fuerza restauradora de la posición de equilibrio de la membrana, adicional a la que ya existente debido a la tensión de la membrana. Lo anterior contribuirá a aumentar la frecuencia. (Igual que en el caso de una masa colgada de un resorte, las frecuencias de los modos de una membrana son proporcionales a la raíz cuadrada del coeficiente de restitución.) A modo de ejemplo, si una membrana sin tambor oscila en el modo fundamental con frecuencia de 82 Hz, colocada sobre el tambor la frecuencia aumenta a 127 Hz. Cuando la membrana oscila en el modo (0;2) (ver figura 8.6), la compresión y descompresión del aire que hay en el interior del tambor es mucho menor; en este caso, si, en ausencia del tambor la membrana oscila con una frecuencia de 241 Hz, colocada en él, sólo verá aumentada su frecuencia a 252 Hz.

Observemos ahora que, para los modos de oscilación que sólo poseen nodos radiales, no hay compresión o descompresión del aire en el interior del tambor: las oscilaciones de la membrana sólo ocasionan un desplazamiento del aire. Por consiguiente, no hay una fuerza de restitución adicional en este caso y las frecuencias de estos modos serán afectadas sólo marginalmente por la presencia o ausencia del tambor. Los valores numéricos recién dados deben considerarse sólo como una indicación del orden de magnitud del efecto, ya que éste depende fuertemente de la tensión, como también del radio de la membrana que se está considerando.

Podemos usar el experimento de Chladni, registrando las frecuencias para las cuales se observan las resonancias, para determinar las frecuencias de los distintos modos de oscilación de una membrana real, tensada sobre el tambor de

Tabla 8.3: Frecuencias de los distintos modos normales  $(n; m)$ , relativos a la frecuencia  $\nu_{11}$  del modo principal, para una membrana real de un timbal.

modo $(n; m)$	frecuencia
(0;1)	0,81 $\nu_{11}$
(1;1)	1,00 $\nu_{11}$
(2;1)	1,50 $\nu_{11}$
(0;2)	1,65 $\nu_{11}$
(3;1)	1,97 $\nu_{11}$
(1;2)	2,00 $\nu_{11}$
(4;1)	2,44 $\nu_{11}$
(2;2)	2,86 $\nu_{11}$
(5;1)	2,91 $\nu_{11}$

un timbal. La tabla 8.3 muestra las frecuencias, en términos de la frecuencia del modo principal, que con este procedimiento pueden medirse para los distintos modos normales de la membrana de un timbal. Recordemos que el modo (0;1) no desempeña ningún papel en la determinación de la frecuencia del sonido emitido por el timbal. La función del modo fundamental la asume el modo principal (el modo (1;1)).

De la tabla 8.3 inferimos que existe aproximadamente una relación armónica entre algunos de estos modos, a saber:

$$\nu_{11} : \nu_{21} : \nu_{31} : \nu_{41} : \nu_{51} \sim 2 : 3 : 4 : 5 : 6 .$$

Los modos de oscilación de esta serie son los musicalmente útiles y los que dan la frecuencia característica del sonido que emite un timbal. Notemos que corresponden a los modos que sólo poseen líneas nodales diametrales. De acuerdo a lo visto en el capítulo 3, si logramos excitar estos modos, el sonido emitido debería corresponder a una frecuencia una oc-

tava más grave que la del modo principal (1;1). Usualmente, debido a que la duración de los sonidos es demasiado corta, el oído no alcanza a establecer la presencia de toda la serie armónica, y la frecuencia que se le asigna al sonido corresponde a la del modo principal (1;1). Sin embargo, con un macillo suave, percutiendo la membrana del timbal en el lugar adecuado, es posible generar un sonido que es una octava más grave que la frecuencia nominal del instrumento.

¿En qué lugar debemos percutir la membrana? Ya hemos visto, en el caso de la cuerda, que, si deseamos excitar un modo de oscilación en particular, no debemos pulsarla o percutirla en los lugares donde ese modo en particular posee un nodo. Lo mismo es cierto para el caso de una membrana: si deseamos excitar un modo en particular, debemos percutir la membrana en un lugar en el cual no tenga una línea nodal. Ahora bien, los modos pertenecientes a la serie “armónica” del timbal son los que sólo tienen líneas nodales diametrales. Todas estas líneas pasan por el centro de la membrana. Por esta razón, al percutir la membrana en el centro, los modos armónicos no son excitados; al contrario, en ese caso son excitados exclusivamente los modos que sólo poseen líneas nodales circulares (los modos (0;1), (0;2), (0;3), etc.). Pero esos modos decaen relativamente rápido y sus frecuencias no están en ninguna relación armónica; por consiguiente, el sonido emitido corresponderá a un ruido sordo, sin brillo y sin frecuencia identificable.

El lugar óptimo para percutir la membrana es aquél que maximiza las oscilaciones de los modos “armónicos” y minimiza los modos con líneas nodales circulares. Si denotamos por  $R$  el radio de

la membrana, la distancia al centro de los nodos circulares (para una membrana ideal) es:  $0,44 R$  para el modo (0;2) y  $0,55 R$  para el modo (1;2). Por otra parte, para excitar los modos con líneas diametrales, el lugar óptimo donde golpear la membrana está a una distancia de alrededor de dos tercios de  $R$  desde el centro. Empíricamente, se encuentra que el lugar del parche que percuten los timbalistas para obtener un sonido musical queda entre  $0,5$  y  $0,7 R$  desde el centro: es el golpe *normal*.

### 8.5 Otras consideraciones sobre el timbal

En esta sección discutiremos brevemente varios aspectos adicionales, ya no tan fundamentales y algo inconexos, relacionados con la física del timbal.

Al percutir la membrana del timbal con el macillo, siempre se excitan varios modos simultáneamente. El tipo de macillo que usa el músico determina en gran medida el número de modos excitados. (Lo que sigue es igualmente válido, por ejemplo, para la percusión de una cuerda en un piano.) Con un macillo grande (“grande” aquí se refiere a la cabeza del macillo) sólo se pueden excitar modos que tengan las líneas nodales separadas por una distancia mayor que el tamaño de la cabeza. O sea, a medida que se achica el macillo, es posible excitar modos con frecuencias cada vez mayores.

Algo parecido ocurre con el tiempo  $t_0$  durante el cual está en contacto el macillo con la membrana: sólo es posible excitar modos para los cuales el período es mayor que  $t_0$ . A medida que la superficie del macillo se hace más dura, el

tiempo de contacto disminuye y, por consiguiente, aumenta el número de modos con frecuencias altas.

Resumiendo: un macillo grande y suave excita sólo los modos con frecuencias bajas; un macillo pequeño y duro favorece la excitación de muchos modos, incluyendo aquéllos con frecuencias mucho mayores que en el caso anterior.

Al percutir la membrana de un timbal, ésta oscilará simultáneamente en muchos modos, irradiando sonido a la sala. Las múltiples reflexiones del sonido contra las paredes de la sala y su difracción en torno a los numerosos objetos que encuentra en el camino, lo amalgamarán generándose el característico sonido que conocemos del timbal. Sin embargo, queremos hacer notar que tal amalgamación recién se produce después de que el sonido ha recorrido una distancia de varias longitudes de onda. El ejecutante y cualquier otra persona ubicada en la vecindad del instrumento escuchará un sonido bastante distinto al que escucha la audiencia ubicada a mayor distancia. El sonido en la cercanía dependerá de la distancia y orientación del auditor respecto a las distintas líneas nodales de los modos que han sido excitados en el instrumento.

El tamaño del tambor (cuyo volumen típicamente es de  $0,14 \text{ m}^3$ ) tiene sólo un leve efecto sobre las frecuencias de los distintos modos. Al disminuir el volumen en un 25% (llenándolo con agua), las razones de las frecuencias de los modos musicalmente útiles (1;1), (2;1), (3;1), (4;1), (5;1) prácticamente no cambian. Sin embargo, al disminuir el volumen del tambor a la cuarta parte, la frecuencia del modo (1;1) ya se aparta en una magnitud lo suficientemente significativa como

para romper la serie armónica entre los modos diametrales.

La mayoría de los timbales tienen una pequeña abertura en la parte inferior del tambor. El principal objetivo de esta abertura es permitir la igualación de la presión interior y exterior del tambor (imaginémonos un timbal que se infla a medida que la temperatura ambiental aumenta). Experimentalmente se ha demostrado que cerrar o mantener abierta la abertura no tiene efecto alguno, ni sobre la frecuencia, ni sobre el tiempo de decaimiento de los distintos modos.

En la naturaleza no existen cuerdas ni membranas perfectamente flexibles. Igual que en el piano, la elasticidad de la membrana hace que aumente la frecuencia de los modos de frecuencia alta. En el timbal, este efecto es pequeño; a pesar de ello, la elección adecuada de la membrana puede permitir un delicado ajuste de la afinación. El problema de la afinación de un timbal es mucho más complejo que el de una cuerda, pues la membrana deberá ser tensada en un plano (todo lo dicho en las secciones anteriores de este capítulo es válido sólo si la tensión de la membrana es uniforme en todas las direcciones).

El tambor del timbal, en conjunto con la membrana, define una cavidad llena de aire, en la que, en principio, es posible excitar modos de vibración. (Por ejemplo, en un capítulo anterior estudiamos las oscilaciones que podían excitarse en una cavidad cilíndrica, el Boerófono.) El modo de vibración del aire correspondiente al modo (1;1) de la membrana tiene una frecuencia de 337 Hz. Esta frecuencia es considerablemente mayor que la frecuencia de la membrana en ese modo

(que es de 150 Hz); por consiguiente, el aire del interior del timbal no entrará en resonancia. Algo análogo ocurre con los demás modos: la frecuencia del modo de oscilación del aire en todos los casos es muy superior a la frecuencia de la membrana en el mismo modo, o sea, el tambor de un timbal no actúa como una caja de resonancia (como, por ejemplo, el cuerpo de una guitarra).

## 8.6 Resonancias

En varias ocasiones nos hemos topado con el concepto de *resonancia*. Como este concepto aparecerá nuevamente en varias oportunidades, se torna necesario dedicarle una sección.

Si tomamos un cordel de largo  $\ell_1$ , le atamos en un extremo una masa  $m$  y luego lo colgamos de un clavo por el otro extremo, tendremos un aparato llamado *péndulo simple*. Si a la masa le damos un pequeño impulso, empezará a oscilar con una frecuencia  $\omega_1$  igual a  $\sqrt{g/\ell_1}$ , donde  $g$  es la aceleración de gravedad. Este estado de movimiento lo llamamos *modo normal de vibración*. Un pequeño impulso dado a otro péndulo simple de largo  $\ell_2$  lo colocará en su *modo normal*, de frecuencia  $\omega_2 = \sqrt{g/\ell_2}$ . Al cabo de un rato, los péndulos se detendrán, al perder su energía por el roce con el aire.

Consideremos nuevamente el problema de los *péndulos acoplados* analizado en la sección 4.7 (ver también las figuras 4.6 y 4.9). Si, encontrándose estos dos péndulos en reposo, movemos uno de ellos, veremos que, mientras el que movimos empieza a detenerse, el otro empieza a moverse hasta alcanzar la misma amplitud del que movimos inicialmente, el cual se encontrará ahora en reposo. Luego,

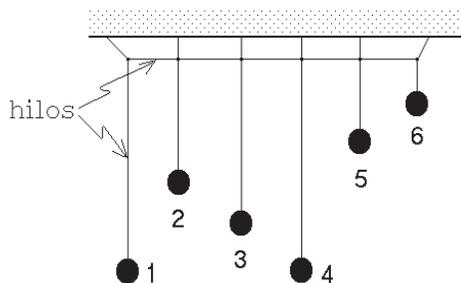


Figura 8.12: Seis péndulos acoplados.

el proceso se revierte, continuando hasta que el roce detenga a ambos péndulos. Es evidente que hubo un eficiente intercambio de energía entre los péndulos. Si ahora modificamos la longitud de uno de ellos, veremos que este intercambio no es tan eficiente y que el péndulo que se movió inicialmente nunca traspasará toda su energía al otro. (Notemos que los péndulos del mismo largo tenían la misma frecuencia, y los de distinta longitud no.)

Modifiquemos ahora el experimento: acoplemos seis péndulos en la forma que se indica en la figura (8.12). Supongamos que podemos variar a nuestro antojo la longitud del primer péndulo. Hagamos esta longitud igual a la del cuarto péndulo. Si, estando todos inicialmente en reposo, movemos el primer péndulo, observaremos que al cabo de unos segundos éste se detiene. En ese instante, el segundo péndulo se moverá muy poco, el tercero un poco más, el cuarto se moverá con casi la misma amplitud que la que le diéramos al primero, el quinto casi no se moverá y el sexto estará prácticamente quieto. Podemos decir que el péndulo que más resonó con la energía que estaba entregando el primer péndulo fue aquel que tenía el mismo largo, es decir, la misma frecuencia.

Si al primer péndulo le diéramos la longitud del segundo, es fácil concluir lo que pasará: el péndulo que más se moverá (en el instante en que el primero llegue a estar prácticamente quieto) será el segundo. Refinando el experimento podemos concluir que los péndulos que más energía absorben son los que tienen frecuencias parecidas al péndulo *fuerza*.

Ahora imaginemos que tenemos una gran cantidad de péndulos acoplados, cuyas longitudes van disminuyendo poco a poco, o sea, sus frecuencias  $\nu$  van paulatinamente aumentando. Nuevamente excitamos el sistema con un primer péndulo que oscila con frecuencia  $\nu_0$ . Al graficar la *respuesta* que tienen los péndulos —es decir, la amplitud de sus oscilaciones— se obtendrán curvas como las mostradas esquemáticamente en la figura 8.13.

Los osciladores que tengan frecuencias  $\nu$  cercanas a  $\nu_0$  (o sea, para los cuales  $\nu_0/\nu \sim 1$ ) serán los que tendrán las mayores amplitudes. La curva *a*) se obtiene cuando el roce con el aire, que tiende a *amortiguar* el movimiento de los péndulos, no es demasiado grande. Si el roce de los péndulos con el medio en que oscilan se acrecienta, la curva de resonancia será algo más achatada (curva *b*) de la figura 8.13. Cuando el roce es muy grande la resonancia incluso puede desaparecer (curva *c*).

Lo dicho sobre muchos péndulos en el párrafo anterior es un caso particular de un fenómeno general. Si tenemos un sistema de muchos osciladores, de variadas frecuencias, que están acoplados (o sea, que pueden intercambiar energía entre sí) y este sistema se excita con una frecuencia  $\nu_0$ , entonces los distintos osciladores, tarde o temprano, terminarán oscilando con la misma frecuencia  $\nu_0$  (y no con la *frecuencia natural* de cada péndulo). La

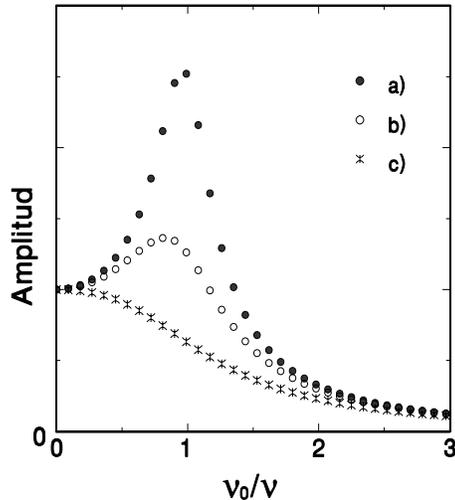


Figura 8.13: Curvas de resonancia: a) para roce pequeño; b) y c) para un roce 2 y 4 veces mayor que el de la curva a), respectivamente.

amplitud de la oscilación será tanto mayor cuanto más se parezca la frecuencia natural del oscilador a la frecuencia  $\nu_0$ .

El experimento de Chladni sobre el timbal, presentado en la figura 8.5, es un ejemplo de resonancia. Los distintos modos de oscilación de una membrana podemos considerarlos como un conjunto de osciladores de frecuencias distintas. Con el mecanismo del imán y el parlante, excitamos la membrana con una frecuencia determinada. Cuando la frecuencia no es parecida a ninguno de los modos de la membrana, los distintos modos se excitarán con amplitudes pequeñas, y la arena depositada sobre la membrana no se moverá. Cuando la frecuencia del parlante es igual a la de alguno de los modos naturales de la membrana, la transmisión de energía a ese modo es eficiente, la oscilación de éste (y sólo éste) modo será violenta y la arena comenzará a desplazarse hacia los lugares en que la membrana se mueve menos (que son, precisamente, las líneas

nodales del modo que entró en resonancia).

Los conceptos ilustrados en la presente sección nos permiten entender también la ausencia de una interacción significativa entre los modos de la membrana y del aire del tambor en el timbal: ella se debe a que las frecuencias normales de los modos involucrados son muy diferentes.

## 8.7 El xilófono

Para concluir el capítulo e ilustrar una vez más el concepto de resonancia, analizaremos brevemente un instrumento de percusión muy distinto al timbal: el xilófono.

Este instrumento consta de numerosas placas de madera, que al ser percutidas con un macillo pueden vibrar en forma relativamente libre. Las variaciones en el grosor y largo de las distintas placas permiten que éstas emitan sonidos de distintas frecuencias. Las placas están dispuestas en forma análoga a las notas de un piano, abarcando aproximadamente tres y media octavas (ver figura 8.14).

En un xilófono, cada placa tiene asociada, además, un resonador externo, consistente en un tubo ubicado directamente debajo de la placa.

### Oscilaciones de una placa

En la figura 8.15 se muestra el modo de oscilación fundamental de una placa (o barra) de grosor uniforme.

En cierto modo, la figura se asemeja a otras que ya hemos visto anteriormente para la cuerda oscilante. Sin embargo, hay varias diferencias fundamentales entre una cuerda y una placa:

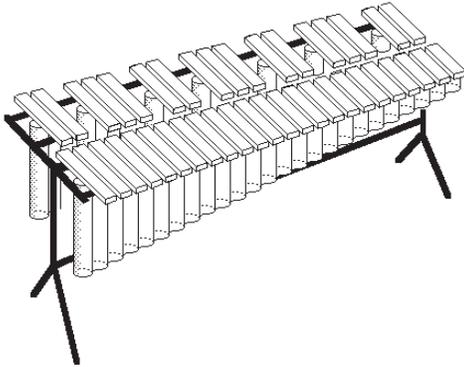


Figura 8.14: Xilófono.

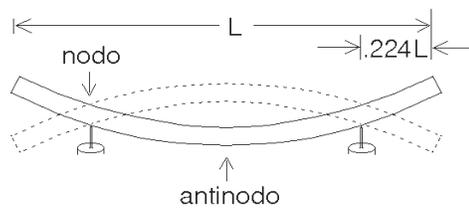


Figura 8.15: Modo fundamental de oscilación de una placa.

- a) En una cuerda, la fuerza de restitución (que es la fuerza que tiende a llevar al sistema de nuevo a la posición de equilibrio) tiene su origen en la fuerza externa con que ella es tensada (afinada), mientras que en una placa dicha fuerza se debe a la rigidez intrínseca del material de la placa. Esta rigidez, como es de esperar, depende fuertemente del grosor de la barra.
- b) Cuando la placa oscila, su desviación respecto a la forma de equilibrio no puede describirse mediante una simple función trigonométrica.
- c) Clasifiquemos con  $n = 1, 2, 3, \dots$  etc. los distintos modos normales de os-

cilación, tanto de la cuerda como de una barra (con  $n = 1$  correspondiendo al estado fundamental). En una cuerda las frecuencias de los distintos modos son proporcionales a  $n$ , mientras que en una barra libre de grosor uniforme, las frecuencias son aproximadamente proporcionales a  $(2n + 1)^2$  (resultado que fue obtenido experimentalmente por primera vez por Chladni).

Notemos que, de acuerdo a este último resultado, las razones de las frecuencias de los distintos modos con respecto al modo fundamental son: 1,00, 2,77, 5,44, 9,00, 13,44, etc., o sea, no forman una sucesión armónica. Por otra parte, sobre todo comparadas con las de las membranas, las frecuencias de los distintos modos de una placa están extremadamente separadas unas de otras. Efectivamente, en una barra, entre  $\nu_1$  (la frecuencia del modo fundamental) y  $9\nu_1$  hay sólo cuatro modos; una membrana rectangular (con  $a = 1,5b$ ), como podemos deducir usando la ecuación (8.1), posee 121 modos con frecuencias entre  $\nu_{11}$  y  $9\nu_{11}$ .

Al percutir una membrana, la gran cantidad de modos no armónicos que se excitan hace que la sensación que se percibe sea más bien un ruido. En una barra o placa (lo mismo es válido para las campanas tubulares), el sonido que se escucha es generado por muy pocos modos de oscilación, con frecuencias muy separadas. El oído no percibe un ruido, sino un sonido musical que, dependiendo de características adicionales del instrumento, puede tener una frecuencia más o menos bien definida.

Para fortalecer una frecuencia en particular (usualmente la del modo fundamental), se recurre a varios trucos. En

el caso del xilófono, uno de ellos consiste en ubicar bien los puntos de apoyo de la placa, de manera que coincidan con los nodos del estado fundamental. Para una placa de grosor uniforme, estos puntos se ubican a una distancia  $0,224 L$  de los extremos, donde  $L$  representa el largo de la placa. Los demás modos de la placa tienen sus nodos en otros lugares y, por lo tanto, vibran en los puntos de apoyo, lo que, a su vez, produce una rápida atenuación de esos modos.

Otro artificio que se emplea en el caso del xilófono para favorecer un sonido musical consiste en variar el grosor a lo largo de la placa. Supongamos que adelgazamos la placa en un lugar determinado, que llamaremos  $x$ . Para un modo de oscilación que en  $x$  tiene un nodo, tal adelgazamiento no tendrá ningún efecto, ya que la placa no se dobla en la vecindad de un nodo. Para los modos que en  $x$  tienen un *antinodo* (o sea, un lugar de deformación máxima), el efecto puede ser sustancial. La flexibilidad de una barra depende en gran medida del grosor y, por lo tanto, un adelgazamiento en el lugar  $x$  generará una disminución de la frecuencia de todos los modos que ahí tienen un antinodo.

De lo anterior se deduce que un adelgazamiento de la placa en la región central, como se muestra en la figura 8.16, disminuirá sobre todo la frecuencia del modo fundamental, afectando, por otra parte, al segundo modo sólo en forma marginal. De esta manera se logra que la razón  $\nu_2/\nu_1$  aumente. Como vimos, para una placa de grosor uniforme, esta razón vale 2,77. Las placas de un xilófono, que por lo demás son de madera, se adelgazan hasta que la razón  $\nu_2/\nu_1$  sea 3:1. De esa manera, el intervalo entre las dos frecuencias corresponderá a una octava más una quinta. Las placas de una *marimba* se

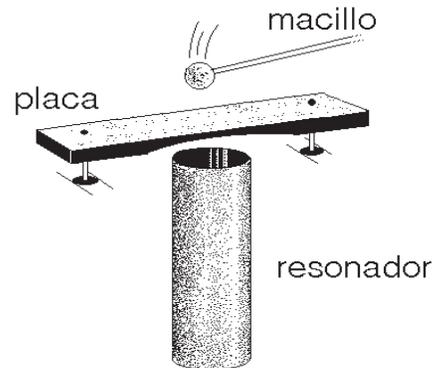


Figura 8.16: Placa de un xilófono con resonador para una nota.

adelgazan incluso más, hasta llegar a una razón de 4:1. En ese caso, el intervalo entre las frecuencias del modo fundamental y del segundo modo corresponderá a dos octavas. Resumiendo: usando placas de grosor variable, es posible afinar la placa y lograr que algunos de los modos de mayor frecuencia sí sean armónicos del modo fundamental, lo que, a su vez, ayudará a generar un sonido más musical.

### Resonadores

El reforzamiento del sonido del modo fundamental del xilófono también se logra aprovechando las resonancias de un tubo de aire que se ubica justamente por debajo de la placa (ver figura 8.16).

Para comprender mejor este mecanismo describiremos un experimento muy sencillo que muestra la resonancia entre un diapasón y una columna de aire. La disposición experimental la mostramos en la figura (8.17).

Supongamos que al golpear el diapasón D con un martillo de goma, éste genera un sonido de frecuencia natural  $\nu$ . Si

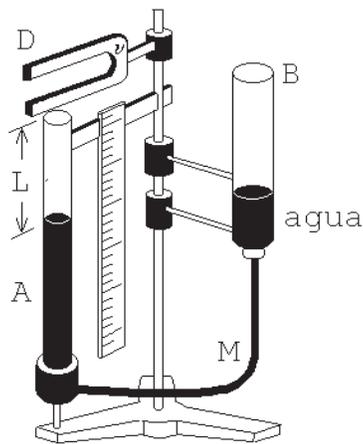


Figura 8.17: Experimento usual para ilustrar resonancias acústicas. El tubo B es un vaso comunicante con el tubo A a través de la manguera M. Subiendo o bajando el tubo B se sube o se baja el nivel del agua en el tubo A, lo que permite modificar el largo de la columna de aire  $L$ . Las vibraciones del diapasón D, con frecuencia natural  $\nu$ , interactúan con la columna de aire del tubo A.

la columna de aire encerrada en el cilindro  $a-c$  (abierto en un extremo, cerrado en el otro), en su modo fundamental tiene la misma frecuencia, rápidamente entrará en resonancia, lo que se manifiesta en fuertes oscilaciones de la columna de aire, y, por consiguiente, en la emisión de un sonido intenso.

Cuando el largo de la columna es tal que la frecuencia del modo fundamental de la columna de aire no coincide con la del diapasón, entonces no se escucha ningún reforzamiento del sonido. Al graficar la intensidad del sonido en función del largo de la columna  $L$ , el resultado sería muy parecido al de la figura 8.13, con  $L$  en el eje horizontal, y la intensidad del sonido en el eje vertical.

Al coincidir la frecuencia de la co-

lumna de aire con la del diapasón, claramente aumenta la intensidad del sonido. ¿Pero, de dónde sale esta energía adicional? Obviamente, nada se obtiene en forma gratuita. Lo que aquí sucede es análogo a lo que se puede observar en la figura 8.12 para el caso de los seis péndulos. Cuando hay resonancia, el péndulo *fuerza* pierde la energía rápidamente, mucho más rápido que cuando no la hay.

Para una de las placas que generan los sonidos graves de una marimba se ha podido medir lo siguiente: si en ausencia del resonador el tiempo de decaimiento (es decir, el tiempo que tarda la intensidad en disminuir 60 dB) es  $T^* = 3,2$  s, cuando el resonador está presente el tiempo de decaimiento se reduce a sólo  $T^* = 1,5$  s. O sea, no sólo la placa actúa sobre la columna de aire, sino que también la columna de aire tiene su influencia sobre las oscilaciones de la placa. El aumento de sonoridad tiene como consecuencia una significativa disminución de la duración del sonido.

Notemos que si el resonador es un tubo  $a-c$ , éste también entrará en resonancia con el segundo modo de oscilación de la placa del xilófono. En efecto, como hemos mencionado, la placa del xilófono se adelgaza en el centro hasta que el segundo modo tenga tres veces la frecuencia del modo fundamental y, por consiguiente, entrará en resonancia con el segundo modo de oscilación de la columna de aire (cuya frecuencia, de acuerdo con la tabla 5.1, también es tres veces la del modo fundamental). O sea, los dos primeros modos de la placa estarán en resonancia con los dos primeros modos de oscilación del tubo. (Éste no habría sido el caso si la barra se hubiese adelgazado en el centro, como en la marimba, hasta que  $\nu_2/\nu_1 = 4$ .)

# Capítulo 9

## El violín

En el continente asiático, alrededor del siglo IX de nuestra era, se descubre que es posible hacer sonar una cuerda de manera continua frotándola con un arco. Este interesante descubrimiento se difundió rápidamente por el Medio Oriente y Europa, dándose inicio al lento desarrollo de los instrumentos de cuerda que se tocan con un arco.

Lo primero que tratan de establecer los músicos es la posición más cómoda para sujetar y usar el arco. Con el tiempo, aparecen dos soluciones para este problema: la posición *da gamba*, en la cual el instrumento se sujeta entre las piernas, y la posición *da braccio*, en la cual el instrumento se apoya sobre el hombro. Cada una de estas dos soluciones del problema culminó, al final del Renacimiento, en una familia diferente de instrumentos.

En un comienzo, la familia más exitosa fue la de los instrumentos que se usan entre las piernas, la de los así llamados *violones* o *violas*. Presentamos a continuación algunas de las características más importantes de estos instrumentos.

- Los violones poseen seis o siete cuerdas melódicas o frotables (es decir, accesibles al arco), afinadas en intervalos de cuartas, lo que les permite

abarcar un gran rango de frecuencias.

- Además, en algunos instrumentos de esta familia (como por ejemplo la *viola d'amore*), cada una de las cuerdas melódicas tiene asociada una cuerda *simpática*, afinada a la misma frecuencia, que resuena en simpatía con la primera.
- Los instrumentos, igual que la guitarra, están provistos frecuentemente de trastes, lo que facilita considerablemente su ejecución.
- La caja de resonancia es plana en la parte posterior y además tiene “hombros caídos” o descendentes (en el lugar donde, de la caja de resonancia, emerge el mango o cuello).

Los instrumentos de la familia de los violines, en un comienzo considerados de clase inferior a los violones no eran usados en la música seria, sino más bien para el baile. Lo anterior determinó varias de sus características:

- En primer lugar, el instrumento debía ser portátil, lo que implicó cajas de resonancia más pequeñas.
- Otro requerimiento era el de una mayor sonoridad. Un puente mucho

más alto en los violines que en los violones permite a las cuerdas presionar con mayor fuerza sobre la caja acústica, generando un sonido más intenso.

- Fue necesario compensar el aumento de la fuerza que cada cuerda ejerce sobre la caja acústica disminuyendo el número de cuerdas. De esta manera, los instrumentos de la familia de los violines pasaron a tener sólo cuatro cuerdas.
- Por otra parte, al poseer menos cuerdas, y para mantener un rango de frecuencias aceptable, se vio la necesidad de aumentar el intervalo de afinación entre las cuerdas a una quinta justa.
- Otras características que distinguen a los violines de los violones son la placa inferior, que en lugar de plana es curva, y la ausencia de “hombros caídos”.

Cierto es, entonces, que no nació el violín como Minerva de la mente de Zeus: perfecto. Luego de casi cien años de arrellanarse en su oficio, grandes *luthiers* cremonenses —Amati, Stradivari, Guarneri del Gesu— y de otros lugares de Italia lograron establecer las especificaciones básicas para la construcción de un violín que hoy llamamos “perfecto”, especificaciones que prácticamente no han variado desde 1580.

Apartados de la desagradable monotonía, sus sonidos poderosos y ricos, graciosos e interesantes, captan, sin cansarlo, el oído musical. Se destaca en ellos: la infinita variedad de tonos que enriquecen su timbre propio; su rango dinámico extraordinariamente amplio; su capacidad

para emitir tonos largos y cortos a gran velocidad. De esta manera comienza la supremacía del violín, el instrumento más exitoso de la historia musical. Para complementar el rango de frecuencias del violín, se construyen, junto a él, dos instrumentos homólogos más graves: la viola moderna y el violoncelo.

Los instrumentos de la familia del violín terminaron por desplazar casi completamente a los violones. Además de la viola d’amore, que es usado por algunos conjuntos musicales que interpretan música renacentista, el único instrumento emparentado con esta última familia, y que aún se usa regularmente en la actualidad, es el contrabajo. De hecho, la caja de resonancia plana en la parte posterior, los hombros caídos, el hecho de que los contrabajos se afinen en cuartas y que en ocasiones tengan más de cuatro cuerdas, señalan claramente su origen.

En el presente capítulo nos dedicaremos casi exclusivamente al violín. Hoy día, contando con conocimientos amplios de física del sonido y con una gran variedad de instrumentos científicos, podemos tratar de entender y cuantificar las cualidades inherentes a los buenos violines y, sin que se trate de desmesurada pretensión, intentar mejorarlas.

## 9.1 Anatomía de un violín

Un violín está constituido por alrededor de 35 piezas armadas de manera tal que, al pasar adecuadamente un arco por sus cuerdas, éstas comunican a su estructura —y al aire encerrado en ella— vibraciones que moverán la atmósfera circundante.

Nos referiremos a continuación a sus partes principales, que indicamos en la

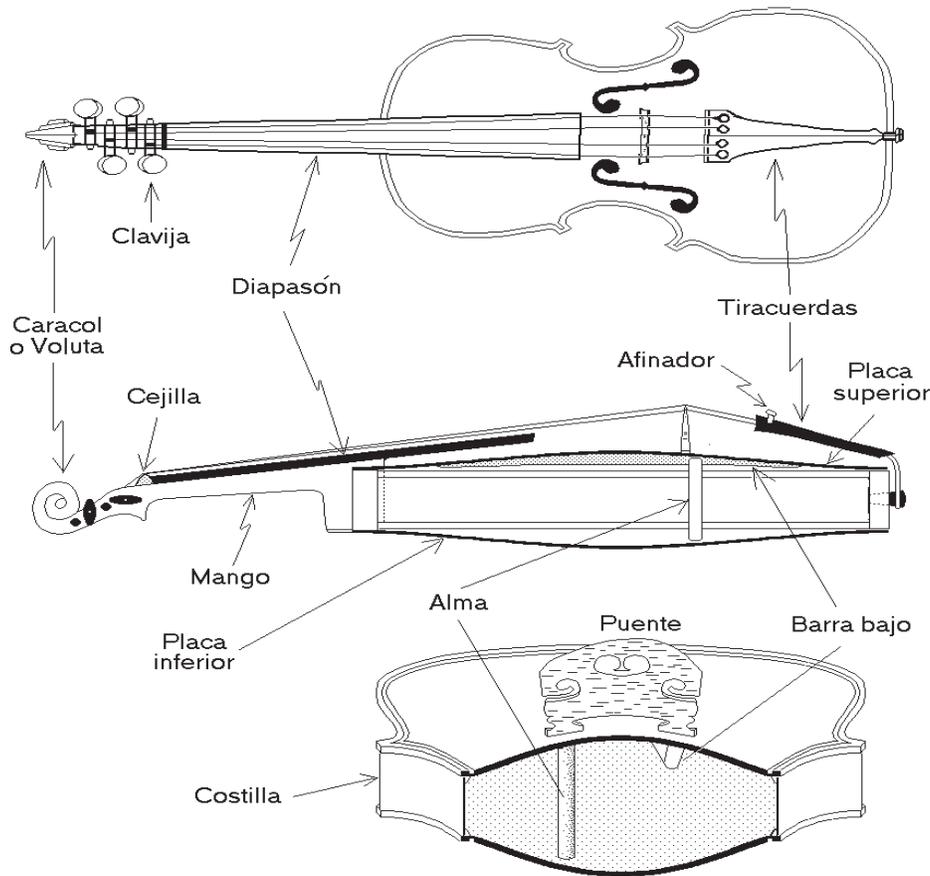


Figura 9.1: Partes de un violín.

figura 9.1.

Las *cuerdas* usualmente están fabricadas de metal, o de tripa de cerdo o de tripa entorchada con un finísimo hilo de plata o aluminio.

La *caja de resonancia* o *caja acústica* consiste fundamentalmente en una placa superior, una placa inferior y los lados. La placa inferior se fabrica usualmente a partir de un bloque de arce (dejado secar de modo natural durante unos diez años) que se parte longitudinalmente por la mitad y luego se vuelve a unir, pero ahora

por sus bordes externos<sup>1</sup> (ver figura 9.2).

Luego, el bloque se adelgaza, dándole un arco hacia afuera, hasta tener unos seis milímetros en su centro y dos en los bordes. Los lados se fabrican de placas de arce de un milímetro de grosor y son pegados a las placas ayudándose de bloques de píceo o sauce, colocados en lugares apropiados.

La placa superior, usualmente de

<sup>1</sup>Algunas veces se usa peral o sicomoro (llamado también higuera loca), madera, esta última, usada por los egipcios en la fabricación de ataúdes para sus momias.

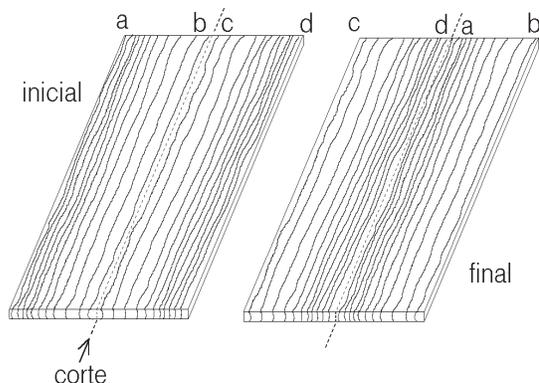


Figura 9.2: Se muestra cómo, antes de comenzar a tallar la placa del violín, se parte el bloque de arce y se lo vuelve a unir por sus bordes externos.

abeto rojo, tiene de uno a dos milímetros de espesor y se fabrica, al igual que la placa inferior, cortando longitudinalmente la madera original y pegando luego sus lados externos, de modo que la madera de la parte exterior quede en el centro de la placa; en seguida ésta se adelgaza arqueándola hacia el exterior. A cada lado se abren, simétricamente, un par de estilizadas “efes”. Alrededor de cada placa, cerca del borde, se cala una ranura donde se inserta una tira de madera de peral o de álamo blanco, llamada *filete*.

Otras partes del violín son el *mango* y el caracol o *voluta*, hechos en arce; el *diapasón*, de ébano; las *clavijas* y el *tira-cuerda*, laborados en ébano o en palo de rosa; el *punte*, tallado en arce duro; y la *cejilla*, de marfil o ébano.

Dentro de la caja de resonancia — formada por las placas superior e inferior unidas con las placas laterales— va la barra armónica, tira de madera de arce rojo, pegada a lo largo de la parte interna de la placa superior, pasando por el punto donde, por el exterior, se apoya la pata del puente más cercana a la cuerda de más baja tonalidad. La barra armónica

permite distribuir el peso que las cuerdas ejercen sobre el puente —siendo la tensión total de las cuerdas de unos 25 kilos, la fuerza resultante que terminan por ejercer sobre la placa superior es de unos 10 kilos.

Otro elemento que va en el interior de la caja de resonancia es el poste sonoro o *alma del violín*. Éste consiste en un palito cilíndrico —del grosor de un lápiz— que se afirma entre las dos placas mediante la fuerza ejercida por las cuerdas sobre el puente. Al variar la posición del alma varía sustancialmente el timbre del violín y su ausencia hace que el instrumento suene con timbre de guitarra. Por otra parte, el alma actúa como punto de apoyo de un brazo de palanca, ayudando con ello a la transmisión de las vibraciones de las cuerdas a la caja de resonancia.

## 9.2 Las placas del violín

Ya sabemos, por lo tratado en el capítulo dedicado al piano, que una cuerda por sí sola no genera un sonido intenso. Esencialmente, un violín suena debido a que parte de la energía que un ejecutante da a la cuerda mediante el arco<sup>2</sup> es transmitida a través del puente a la caja acústica del violín. Igual que en el piano, es el movimiento de un área grande — en el caso del violín, las placas superior e inferior— el responsable del sonido intenso que puede emitir el instrumento.

A continuación analizaremos algunas de las propiedades físicas de las placas que influyen en el comportamiento de éstas y que, por ende, contribuyen al característico sonido del violín.

<sup>2</sup>Del total de la energía entregada, sólo entre el 1 y 2 por ciento emergerá como sonido; el resto se disipa en calor.

Una función importante es desempeñada por la elasticidad de la madera de la que están construidas. Ella hace posible medir la resistencia de la madera a ser doblada y estirada permanentemente. Al ser cinceladas de un material elástico, las placas tienden a recobrar su extensión y forma primitiva, permitiendo así un movimiento oscilatorio.

La constante elástica para diferentes tipos de deformaciones de la placa (ver figura 9.3) determina en gran medida la calidad del instrumento.

Las constantes elásticas, que son esencialmente las magnitudes de la fuerza de restitución que se percibe para los distintos modos de deformación de la placa, no sólo dependen de la elasticidad de la madera, sino que dependen en forma determinante del grosor, tamaño y forma geométrica de la placa. También influye, por ejemplo, el largo de las *efes*, que son las perforaciones que se encuentran en la placa superior.

Las ranuras existentes alrededor del borde de las placas, incrustadas con el *filete*, no sólo cumplen con un objetivo decorativo. En efecto, las placas son particularmente delgadas justo debajo de la ranura, lo que hace que ellas ahí sean muy flexibles. Lo anterior simula un anclaje de las placas relativamente libre en el borde. (El filete ayuda además a que la madera no se raje.)

Otro factor que influye en el sonido del instrumento es la densidad de masa de la madera. La frecuencia de cualquier fenómeno oscilatorio siempre está determinada por dos factores: la constante elástica y la inercia. En el caso del violín, la inercia es directamente proporcional a la masa de la placa (o sea, a la densidad de la madera). La densidad también influye directamente sobre la velocidad del

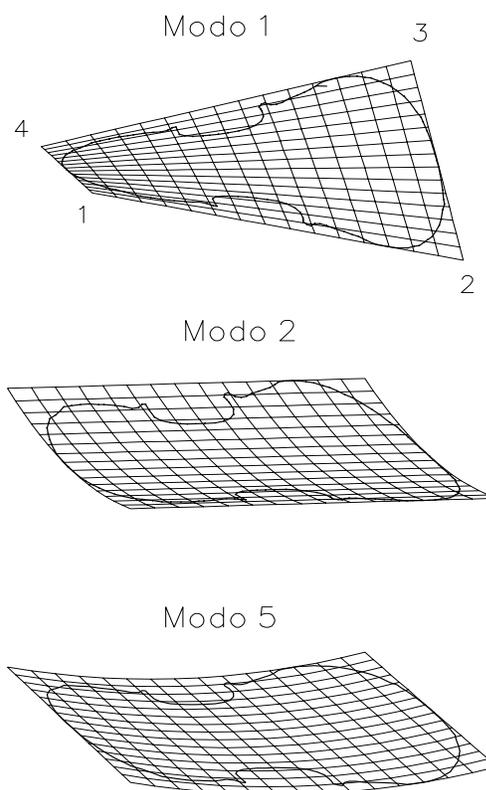


Figura 9.3: Torsiones que un luthier aplica a las placas para probar la resistencia a la deformación de los modos de oscilación más destacados (los así llamados modos 1, 2 y 5). El modo 1 es un modo de torsión: las esquinas 1 y 3 se mueven en la dirección contraria a la de las esquinas 2 y 4.

sonido en la madera, es decir, la rapidez con que se propagan las vibraciones por la estructura del violín. El abeto noruego, usado frecuentemente para construir la placa superior, se caracteriza por ser una madera muy elástica y tener una densidad de masa pequeña; de esta manera, la velocidad del sonido a lo largo de la fibra es grande (del orden de 4.570 m/s, o sea, unas 15 veces mayor que la velocidad del

sonido en el aire), lo que favorece un rápido esparcimiento de las oscilaciones por todo el violín.

Dos propiedades adicionales de la madera, que influyen en las propiedades del instrumento, son: el roce interno y la resistencia a la cizalla. Cuando el ejecutante deja de pasar el arco sobre las cuerdas, ya no habrá más energía entregada a las placas y éstas paulatinamente dejarán de vibrar, entre otras razones, debido a la disipación interna. Por otra parte, la resistencia a la cizalla (es decir, la resistencia que se opone a un movimiento del tipo que se obtiene al empujar un mazo de cartas hacia el costado), contribuye a la durabilidad secular de los violines.

Como en todas las artes, toca a nuestro espíritu elegir los sonidos que más le agradan y estremecen. No podemos entonces escribir *a priori* la relación entre las magnitudes antes descritas que nos dé la ecuación del violín perfecto. El procedimiento es a la inversa, siendo lo ideal “disecar” un buen violín, en lo posible, un violín consagrado por la fama y nacido de alguno de la gloriosa lista de artistas cremonenses del *seicento*, y analizar luego el comportamiento de cada una de las partes.

### Modos normales de las placas separadas

Las primeras “disecciones” de violines fueron hechas hacia el año 1830 por el médico y físico Félix Savart, quien desarrolló alrededor de una docena de stradivari y guarnieri, con el fin de estudiar el sonido de las placas antes de ser unidas para constituir la caja de resonancias de un violín. Espolvoreando polvo de aluminio sobre la parte cóncava de las placas

y haciéndolas vibrar a frecuencias correspondientes a sus modos normales, pudo establecer los diagramas de Chladni, es decir, encontrar las líneas nodales de sus modos de vibración. Con ello logró descubrir que el sonido fundamental de las placas superior e inferior de casi todos los buenos violines tenía una diferencia tonal de medio a un tono.

En el capítulo precedente vimos que era posible caracterizar los modos vibratorios de las membranas. Algo análogo puede hacerse para las placas de un violín. Variando las frecuencias con que se hacen oscilar las placas aparecen los diversos modos normales (o resonancias), cada uno con su característico diagrama nodal. En la figura 9.4 presentamos los diagramas correspondientes a algunos de los modos —1, 2 y 5— de cada una de las placas. La experiencia ha mostrado que estos tres modos son los más importantes para definir el afinamiento tonal de las placas.

Podemos hablar de tonos de cada placa porque existe una cierta armonicidad entre las frecuencias de algunos modos de vibración; en efecto, usando las frecuencias de la figura 9.4 vemos que 80:147:349 es parecido a 1:2:4, y que 167:349 se aproxima bien por 1:2. Un luthier, a medida que raspa la madera, prueba estos tres modos retorciendo las placas con sus manos, como se indica en la figura 9.3. También se pueden escuchar los distintos modos dando golpecitos con la yema de los dedos en lugares prefijados: si se sostiene la placa del violín por el medio de un extremo y se golpea su centro se estará excitando el modo 5; por otra parte, si se golpea en el medio del otro extremo de la placa, el que se activa es el modo 2 (o el 4, si el golpe es mayor). De esta manera, el luthier puede

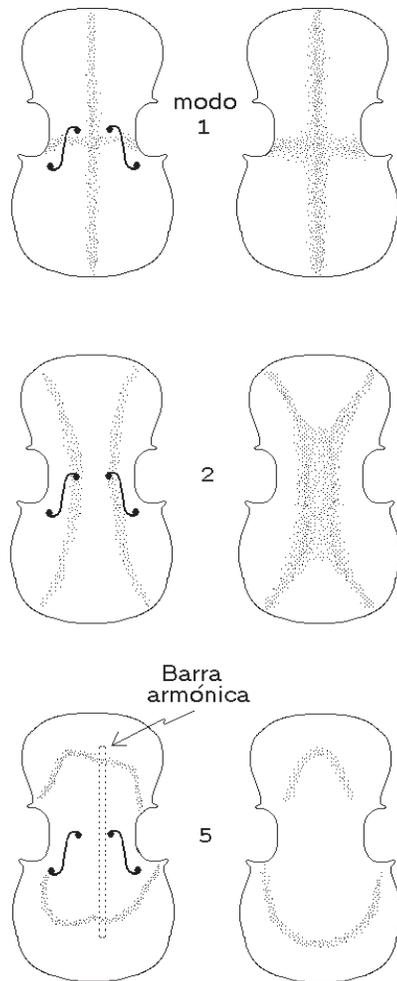


Figura 9.4: Diagramas de Chladni para los modos 1, 2 y 5. Las placas a la izquierda corresponden a una placa superior, siendo las frecuencias de los modos 80, 147 y 304 Hz, respectivamente. A la derecha, los mismos modos para la placa inferior, pero con respectivas frecuencias de 116, 167 y 349 Hz.

establecer la relación armónica existente entre los distintos modos. Por ejemplo, la experiencia ha demostrado que las placas están bien afinadas si los modos 2 y 5 se encuentran separados por una octava. En todo caso, se requiere de mucha habilidad

y oficio para distinguir estos tonos que se encuentran, junto con otros modos, en un estrecho rango de frecuencias.

Se han descubierto ciertas relaciones entre las cualidades de los distintos modos en cada placa que contribuyen a las características de un buen violín:

- Si el modo 5 es de gran amplitud y su frecuencia difiere en un tono entre una y otra placa, el instrumento es de buena calidad; el sonido resulta ser brillante si la frecuencia de la placa superior es mayor.
- Suavidad y mayor docilidad se obtienen cuando las frecuencias de las dos placas, en el modo 2, difieren en unos 5 Hz. Esta propiedad es muy necesaria en el caso de que las frecuencias de las placas en el modo 5 sean iguales. Se evita así que el sonido sea desagradable y el instrumento difícil de tocar.
- Un violín de calidad se obtiene cuando los modos 2 y 5 de ambas placas, además de cumplir las condiciones anteriores, corresponden a frecuencias separadas por una octava y son de gran amplitud en ambas placas.
- Si además se logra, en la placa superior, que los modos 1, 2 y 5 estén en una serie armónica, es decir, que sus frecuencias estén en la razón 1:2:4, se tendrá un instrumento aún más excepcional.

### 9.3 Resonancias de la caja y del aire en su interior

Una vez que el fabricante de un violín considera que las placas están a punto,

procede a armarlas para formar la caja acústica. Antes ha colocado, entre otros elementos, la *barra armónica* y además ha perforado la placa superior con las dos *efes*.

Como todo cuerpo sólido, la caja acústica tiene frecuencias en las cuales tiende a vibrar naturalmente. El puente del violín comunica a la caja acústica muchas frecuencias. Esta caja, a su vez, de acuerdo a lo analizado en el capítulo anterior, resonará en mayor o menor grado, dependiendo del grado de similitud que las frecuencias transmitidas por el puente tengan con las frecuencias naturales de vibración de la caja. En un buen violín, la resonancia principal de la caja, llamada *Resonancia Principal de la Madera* (RPM), resuena de manera destacada cuando se toca *al aire* la segunda cuerda: el *La concertino* o *La de cámara*.

Por supuesto, también el aire encerrado en la caja tiene frecuencias naturales de vibración, y es posible definir un *tono del aire* o *Resonancia Principal del Aire* (RPA). (La frecuencia de esta resonancia se puede determinar fácilmente soplando por encima de las *efes*.) Como es de esperar, la RPA depende, de manera inversa, del tamaño de la caja: mientras mayor es la caja, menor es la frecuencia de la RPA. A su vez, el valor de esta frecuencia aumenta al aumentar el área de los forados de las *efes*.

En el timbal, las frecuencias de los modos de la membrana y de los modos normales del aire encerrado por el instrumento son muy diferentes, razón por la cual las últimas no desempeñaban un papel mayor en la determinación de sus características sonoras. En el violín, las frecuencias de los modos de oscilación del aire están comprendidas en el rango de las frecuencias de las distintas cuerdas, pro-

duciéndose, por consiguiente, una amplificación de ciertas frecuencias, fenómeno similar al que observamos en los resonadores del xilófono.

Una compleja interacción de las resonancias RPM y RPA dará finalmente origen al timbre del violín, el sonido que nuestro oído escuchará al pasarse el arco sobre las cuerdas.

Un experimento que se puede realizar para analizar el sonido de un violín consiste en medir las curvas de intensidad de los distintos semitonos, partiendo del más bajo (*Sol*) hasta el más alto, cuando el arco se frota con una presión y velocidad constantes sobre las cuerdas. Con un micrófono se registran todos estos semitonos, y se miden sus intensidades. La figura 9.5 muestra el resultado del experimento anterior para un excelente Stradivarius de 1713 (curva *a*) y para otro violín, de baja calidad (curva *b*). La intensidad de los sonidos emitidos por el Stradivarius es entre 10 y 20 dB mayor que la del instrumento *B*.

Notemos que la intensidad del sonido emitido por el Stradivarius es bastante irregular; en particular, la segunda y tercera cuerda libre (el *Re* y el *La*), poseen intensidades bastante mayores que las demás notas. Este aumento se debe a que dichas frecuencias coinciden con la resonancia principal del aire y la madera, respectivamente. Lo observado para el Stradivarius, que la RPA y la RPM correspondan a las frecuencias de las notas de las cuerdas centrales *Re* y *La*, es una característica que se espera de todo buen violín. El oído humano está acostumbrado a esta irregularidad en intensidad del violín; más aún, si ella está ausente (por ejemplo, en las simulaciones que hacen del violín la mayoría de los sintetizadores de sonido), el sonido es monótono

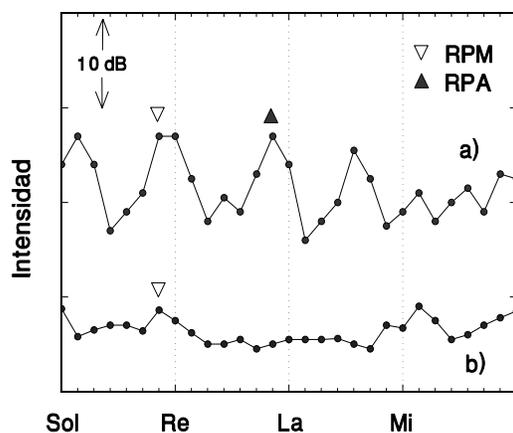


Figura 9.5: Curvas de intensidades para a) un Stradivarius y b) un violín más antiguo, atribuido a Guarnerius. Se indican también las frecuencias de las RPM y las RPA. Las notas Sol, Re, La y Mi corresponden a las cuerdas libres del violín. (Figura adaptada de C. M. Hutchins, Scientific American, noviembre 1962.)

y, en consecuencia, aburre. A pesar de lo anterior, un violinista, al interpretar una pieza musical, en lo posible procura no hacer sonar muy a menudo las cuerdas libres, obteniendo, de esta manera, un sonido algo más parejo (esta costumbre, sin embargo, está cayendo lentamente en desuso).

#### 9.4 El arco

Algunos historiadores de la música afirman que los primeros instrumentos de cuerda *al arco* debieron haber nacido en aquellas civilizaciones que conocían el caballo. Sea como fuera, el primer cosaco que pasó un arco con crines de cola de su caballo sobre una cuerda tensa pudo haber sido el creador de un cúmulo de delicias musicales con que contamos en nuestros tiempos.

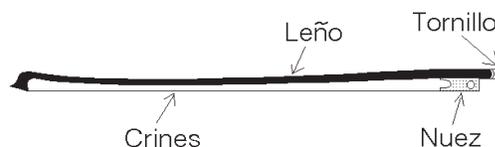


Figura 9.6: Arco de violín.

El arco, aún hoy en día, se construye usando crines de cola de potro. Miradas bajo el microscopio, las crines aparecen cubiertas de pequeñas escamas, todas apuntando en la misma dirección (como las escamas de un pescado). Son estas escamas las que determinan la fricción de la crin con la cuerda, fricción que puede aumentarse en forma considerable si se agrega una resina (pez de Castilla). Por la forma en que se orientan las escamas, la fricción que se genera depende de la dirección en que se pasa la crin sobre la cuerda. (Lo mismo se puede observar con un pelo humano; el roce que produce al pasarlo por entre los dedos no es igual en ambas direcciones.) Para que el arco genere la misma fricción, independientemente de si se “tira” o “empuja”, se debe poner cuidado en que tenga el mismo número de crines con escamas orientadas en una y otra dirección.

El *leño* del arco, en los arcos que se construyeron a partir del siglo XIX, se curva levemente en la dirección de las crines (ver figura 9.6), y no en la dirección hacia afuera como en los arcos de caza o los antiguos arcos de las violas de gamba. La razón es la siguiente: al presionar el arco contra las cuerdas, las crines se doblan. Sobre el leño, sin embargo, actuará una fuerza que tratará de enderezarlo. De esta manera, la tensión de las crines se mantiene relativamente inalterada, permitiendo al músico un buen control del arco, independientemente de si está tocando

fuerte o suavemente.

Siendo el arco un elemento esencial del violín es, por lo tanto, una parte que requiere un cuidado especial en su construcción y en su uso; sólo así se logrará un sonido lleno de matices y cuya dinámica será agradable al oído musical. Se hace necesario que entendamos ahora, al menos un poco, la física elemental que lo acompaña cuando la mano del intérprete lo hace rozar sobre las cuerdas.

Aparte de las vibraciones que experimenta la madera del arco y las variaciones de tensión de las crines, el aspecto fundamental se encuentra en el movimiento de las cuerdas y su relación con la forma en que se pasa el arco sobre ellas. El primero en estudiar sistemáticamente el movimiento de las cuerdas bajo este aspecto fue el multifacético Hermann von Helmholtz, quien, entre sus escritos sobre fisiología, anatomía, física y arte, incluyó uno titulado *Sobre el Movimiento de las Cuerdas de un Violín*.

Gracias a un ingenioso experimento, usando un microscopio cuyo lente objetivo estaba montado sobre un enorme diapasón, determinó el movimiento de una minúscula fécula adosada a una cuerda que vibraba bajo la acción del arco. El experimento permitió a von Helmholtz concluir que la posición de la fécula en función del tiempo era la que se observa en la figura 9.7, es decir, un zigzag formado por líneas rectas que se repiten con el período  $T = 1/\nu_0$ . Durante el intervalo de tiempo  $(t_1, t_2)$ , la fécula sube, y durante el intervalo de tiempo  $(t_2, t_3)$ , baja con velocidad constante. Salvo en el caso en que la fécula se encuentra colocada en el centro de la cuerda, el tamaño de los dos intervalos de tiempo no es igual, sino que está siempre en la razón en la que el punto donde se

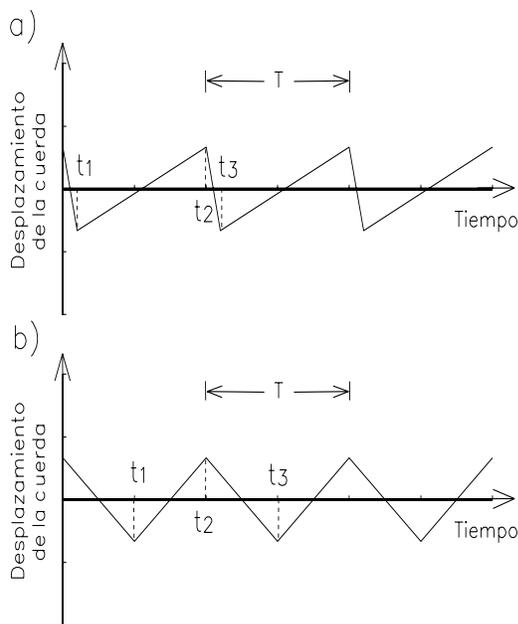


Figura 9.7: Posición de la fécula en función del tiempo. En la figura superior, la fécula se encuentra cerca del puente, mientras que en la figura inferior se encuentra en el centro.

colocaba la fécula divide a la cuerda. Así, en la figura 9.7a, el zigzag corresponde a una fécula atada a una distancia

$$x = L \frac{t_3 - t_2}{t_3 - t_1}$$

del puente (aquí  $L$  es el largo total de la cuerda).

Del experimento anterior es posible concluir que, en cada instante, la cuerda consta de dos rectas unidas en un punto que, a medida que transcurre el tiempo, se desplaza con velocidad constante a lo largo de cierta curva, indicada con líneas punteadas en la figura 9.8. El punto de “quiebre” da una vuelta completa en un tiempo  $t = T$ , donde  $T = 1/\nu_0$  es el período de la frecuencia del modo fundamental de la cuerda. La dirección del giro, en la figura 9.8, se indica con una flecha.

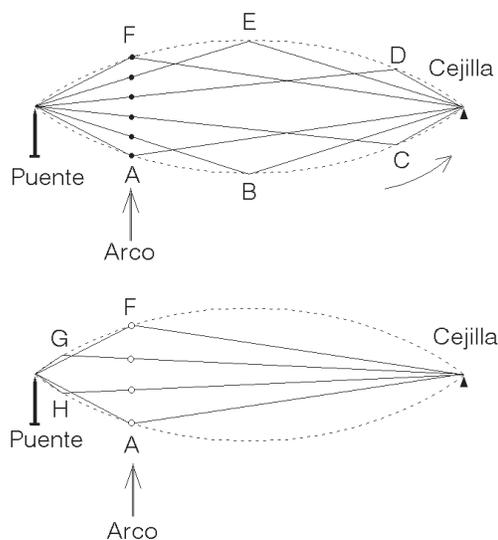


Figura 9.8: Deformación de una cuerda al ser frotada por un arco. Las oscilaciones de la cuerda son perpendiculares a la dirección de frotación. En todo instante, el arco se mueve en la dirección indicada por la flecha. A medida que transcurre el tiempo, el punto de quiebre se desplaza a lo largo de la línea punteada, pasando en forma consecutiva por los puntos  $A, B, C, D, E, F, G, H$  para volver al punto de partida  $A$ .

Un análisis relativamente simple, pero fuera del alcance del presente libro, muestra que las líneas punteadas necesariamente corresponden a arcos parabólicos, hecho que es posible verificar observando la cuerda frotada con un arco, con una luz estroboscópica<sup>3</sup>.

Tratemos de comprender con mayor detalle lo que está ocurriendo. Para ello, supongamos que el arco se frota en el lugar indicado en la figura 9.8 por un flecha, y que el movimiento del arco es siempre hacia arriba. Comencemos el análisis en

el instante en que el punto de “quiebre” de la cuerda coincide con el lugar en que se aplica el arco, o sea, el punto  $A$ . A medida que el punto de quiebre se desplaza, éste se encontrará consecutivamente en los puntos  $B, C, D, E, F, G, H$ , para volver al punto de partida  $A$ . Ahora observemos que mientras el punto de quiebre pasa por los puntos  $B, C, D, E$  y  $F$ , la cuerda junto al arco, indicada en la figura superior con pequeños círculos negros, sube; más aún, la velocidad con que suben los circulitos es constante. Por otra parte, al recorrer el punto de quiebre el trayecto que pasa por los puntos  $F, G, H, A$ , la cuerda junto al arco, indicada ahora (en la figura inferior) con pequeños círculos blancos, baja con velocidad constante.

Centremos nuestra atención en el trozo de cuerda que está en contacto con el arco (en lo que sigue, cuando hablemos de “cuerda” nos estaremos refiriendo sólo a este trozo). De lo dicho en el párrafo anterior se desprende que, justo antes del instante  $A$ , la “cuerda” y el arco se mueven en direcciones opuestas. En el instante  $A$ , la velocidad de la “cuerda” cambia de sentido; más aún, en algún instante tendrá la misma velocidad del arco. Cuando esto ocurre, debido al roce la cuerda se adherirá al arco.

Mientras la cuerda pasa por la secuencia  $A, B, C, D, E$  y  $F$ , estará adherida al arco y subirá lentamente, con la misma velocidad con que el músico mueve el arco. Cuando la cuerda pasa por la secuencia de puntos  $F, G, H, A$ , dejará de estar adherida al arco, resbalando rápidamente en la dirección contraria a aquella en la que éste se está desplazando. En la figura 9.7a, esta última secuencia corresponde a lo que ocurre entre los instantes  $t_2$  y  $t_3$ .

<sup>3</sup>Una lámpara estroboscópica da destellos en intervalos regulares de tiempo. Las lámparas usadas para afinar los motores de los automóviles, son lámparas estroboscópicas.

El sonido generado al frotar una cuerda con un arco depende esencialmente de tres propiedades de la frotación: La velocidad del arco, la distancia desde el puente al punto de frotación y la fuerza con que se presiona el arco contra las cuerdas. El rango de variación de estas magnitudes es amplio: por ejemplo, en la práctica, la distancia del punto de frotación al puente va desde un cierto mínimo ( $\sim 3$  cm) a aproximadamente cinco veces ese valor. La velocidad y la fuerza, por su parte, pueden variar en un factor de hasta cien, respecto a sus valores mínimos. Sin embargo, las magnitudes anteriores no se pueden variar en forma completamente arbitraria, sino que existe una cierta correlación entre ellas. Por ejemplo, si queremos pasar el arco a una cierta velocidad y a una cierta distancia del puente, la fuerza perpendicular sobre las cuerdas para que resulte un tono aceptable deberá estar dentro de cierto rango. Este rango depende esencialmente de los coeficientes de roce dinámico y estático existentes entre el arco y la cuerda.

Si la fuerza perpendicular con que el músico presiona el arco contra las cuerdas es demasiado grande (mayor que el valor máximo permisible), la “cuerda” seguirá adherida al arco aun después de que el punto de quiebre pase por  $F$ . Esto destruye el movimiento periódico que hemos estado analizando, perdiéndose la vibración regular de la cuerda. Algo análogo sucede cuando la presión es demasiado pequeña; en ese caso, el arco no logra “capturar” la cuerda en el punto  $A$ .

Durante el trayecto de  $A$  a  $F$ , la “cuerda” se adhiere al arco. La amplitud de este movimiento queda determinada por la velocidad del arco. Si el arco se mueve lentamente, la amplitud de la oscilación de la cuerda será pequeña, y,

por consiguiente, también la intensidad del sonido emitido por el violín.

Otra manera de modificar la intensidad del sonido consiste en variar la distancia de frotación desde el puente. En la figura 9.8 se observa que, para una amplitud dada de oscilación de la cuerda, es decir, para una intensidad sonora constante, la velocidad con que debe moverse el arco disminuye a medida que el punto de frotación se acerca al puente. (Esta menor velocidad se refleja en un acercamiento de los circulitos entre sí.) También podemos revertir la argumentación: a velocidad constante, el arco, generará amplitudes de oscilación que serán mayores cuanto más cerca del puente pase. Resumiendo, hay dos maneras de aumentar la intensidad del sonido en una cuerda frotada por un arco: aumentar la velocidad del arco o hacerlo pasar más cerca del puente. Un aumento de la presión del arco contra las cuerdas no influye en la intensidad del sonido.

En la figura 9.9 se muestra, para distintas distancias de frotación respecto del puente, el rango de valores que debe tener la fuerza perpendicular<sup>4</sup> para que la cuerda  $La$  de un violoncelo emita un sonido estable (manteniéndose la velocidad del arco constante, igual a 20 cm/s).

Notemos que las fuerzas admisibles máxima y mínima se aproximan a medida que el arco se pasa más cerca del puente. Lo anterior representa el hecho conocido de que sea más difícil controlar el sonido al tratar de tocar de modo *brillante*. Las curvas límites se separan al alejarse del puente: el instrumento se hace más dócil, ya que la fuerza requerida

<sup>4</sup>La fuerza perpendicular es la fuerza con que se presiona el arco contra las cuerdas; ésta no debe confundirse con la fuerza con que se empuja o tira el arco.

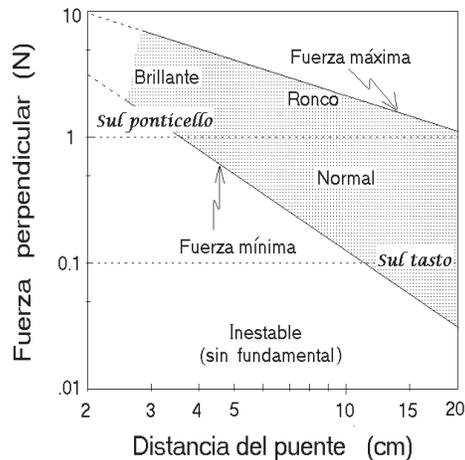


Figura 9.9: Diagrama que indica el tipo de sonido generado al pasar un arco a una velocidad constante de 20 cm/seg sobre la cuerda libre La de un violoncelo. El sonido depende de la fuerza perpendicular del arco sobre las cuerdas y de la distancia de frotación respecto del puente.

es mucho menor y el rango de fuerzas en el cual el instrumento genera un sonido musical —región sombreada— es mucho más amplio.

Por otra parte, señalemos que calibrar adecuadamente la velocidad y la presión del arco sobre las cuerdas, como también aplicar el arco en el lugar adecuado, no es algo simple, y es común oír a músicos sin mucho virtuosismo “rascar” con el arco antes de entregar una buena nota, producto de un mal ataque del arco a las cuerdas, que lo “aterriza” (en la figura 8.9) fuera de la zona punteada.

## 9.5 Armónicos de la cuerda frotada

Es un hecho que la frecuencia del tono generado por una cuerda frotada corresponde a la del modo fundamental de la

cuerda. Sin embargo, la deformación de la cuerda, en todo instante, tal como lo demuestran los experimentos de von Helmholtz, está formada por dos trazos de recta y no por una curva sinusoidal; luego, el movimiento de la cuerda necesariamente consta de una superposición de muchos armónicos del modo fundamental<sup>5</sup>.

En la figura 9.10 se comparan las amplitudes  $b_n$  de los distintos armónicos para una cuerda frotada y una cuerda pulsada. Para la cuerda frotada, la amplitud decae parejamente como  $1/n^2$ , a medida que aumenta  $n$ , el orden del armónico. Para la cuerda pulsada, la amplitud también decae globalmente como  $1/n^2$ , pero además viene multiplicada por  $\sin(n\pi a/L)$ . Este último término hace disminuir adicionalmente la amplitud de los armónicos que tienen un nodo cercano al lugar de pulsación. Para el caso mostrado en la figura 9.10, la cuerda fue pulsada en el lugar  $a = 2L/7$ ; ahí los armónicos  $n = 7$  y  $14$  tienen nodos. Lo anterior explica porqué tales armónicos no son excitados.

Para el caso del violín, todos los armónicos contribuyen; también los que poseen un nodo en el lugar de frotación. El tamaño relativo de los distintos armónicos en el violín es relativamente independiente del lugar de frotación. Esto hace que el timbre del sonido emitido por un violín no dependa tan críticamente del

<sup>5</sup>Para una cuerda de violín frotada por un arco, las amplitudes  $b_n$  de los distintos armónicos se obtienen por

$$b_n = \frac{B_0}{n^2} .$$

Aquí  $B_0$  es una magnitud que depende de la velocidad del arco, del largo de la cuerda y del lugar en que ésta se frota, o sea, una magnitud relacionada con la amplitud absoluta de la oscilación.

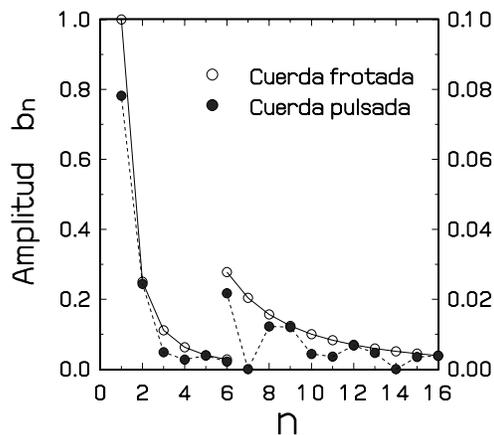


Figura 9.10: Amplitud relativa de los distintos armónicos para una cuerda frotada y pulsada (El salto en  $n = 6$  se debe a un cambio de escala. A partir del armónico  $n = 6$  debe usarse la escala de la derecha.) La cuerda pulsada se pulsa en el lugar  $a = 2L/7$ .

lugar en que se aplica el arco sobre la cuerda (mucho más insensible que en el caso de la cuerda punteada).

Notemos que las amplitudes  $b_n$  de los distintos armónicos generados en una cuerda frotada (mostradas en la figura 9.10 con círculos blancos) no son siempre iguales a las amplitudes de los distintos armónicos del sonido que finalmente emite el violín. (mostradas en la figura 3.11).

¿A qué se debe esta transformación? Las oscilaciones generadas en la cuerda son transmitidas a la placa superior a través del puente, y de ahí, a la placa inferior, a través del alma; lo que hace que el aire encerrado también oscile. En todo este trayecto, las frecuencias de algunos de estos armónicos coincidirán o estarán cerca de las resonancias del puente, de la caja acústica o del aire encerrado por el instrumento y entrarán en resonancia,

mientras que otras no. De esta manera, las diversas resonancias del violín dan origen a los formantes del instrumento, los que a su vez afectan directamente a su timbre.

La mayoría de los violines posee un formante cercano a los 400 Hz, que es el que le da la sonoridad de un “oooo” oscuro a los sonidos de la cuerda más grave del instrumento.

El formante principal del violín está en la vecindad del color de la vocal “a”, es decir, en frecuencias entre 800 y 1200 Hz (ver figura 3.14). El reforzamiento que reciben los armónicos que caen en este rango de frecuencias da fuerza y substancia al sonido del violín, y evita que aparezca un sonido “nasal”.

## 9.6 El puente

En todos los instrumentos de cuerda, el objetivo del puente es transmitir las oscilaciones de la cuerda hacia el cuerpo del instrumento. Su masa, el material de que está hecho y su forma, determinan las características y la efectividad de esta transmisión.

Al viajar en un automóvil sobre un camino ondulado, no sentimos en su interior las mismas fuerzas oscilatorias que actúan sobre las ruedas. Los neumáticos, el sistema de suspensión, los resortes del asiento, etc. se encargan de aminorar en gran medida las fluctuaciones a las que están expuestas las ruedas. Sin embargo, no siempre ocurre una atenuación. Si los amortiguadores del automóvil están en mal estado, bajo ciertas condiciones, cuando el automóvil entra en resonancia con las ondulaciones del camino, puede ocurrir que los pasajeros sean agitados violentamente, incluso con ampli-

tudes mayores que las ondulaciones del camino.

Algo similar ocurre con el puente del violín. La fuerza de la cuerda sobre el puente no necesariamente coincide con la fuerza que el pie del puente ejerce sobre la placa. Para la mayoría de las frecuencias, el puente del violín atenúa las fluctuaciones de la fuerza, excepto para frecuencias de entre 2.500 y 4.000 Hz, en las que magnifica tales oscilaciones. Al igual que el automóvil, que tiene una frecuencia de resonancia bien marcada cuando los amortiguadores están defectuosos, el puente del violín tiene una frecuencia de resonancia que depende sensiblemente de su masa y de la forma en que está tallado. Por supuesto que lo anterior también contribuye en forma notoria al timbre del instrumento.

Al modificar las propiedades del puente, por ejemplo adosándole una masa de sólo 1 gramo, la frecuencia de resonancia de este componente disminuye de los 3.000 Hz a los 1.900 Hz; de esa manera atenúa los armónicos que le dan brillo y claridad al sonido y refuerza los armónicos típicamente asociados con un sonido nasal. Esto es precisamente lo que hace la *sordina* en un violín. La sordina es un pequeño dispositivo de madera, metal o goma, que se coloca sobre el puente, siendo su principal objetivo el de atenuar la intensidad y modificar el timbre del sonido. Según su masa y demás características, es posible disminuir la intensidad global del instrumento en hasta 10 dB.

## 9.7 El Wolf

Algunos instrumentos de la familia del violín tienen una nota que se conoce como *nota Wolf*. Lo característico de esta nota,

que casi siempre coincide con la RPM, es que suena “horrible” —es muy ronca e inestable y trata de arrancarse a otra frecuencia. Wolf, en alemán, significa lobo— de alguna manera la nota Wolf recuerda el aullar de un lobo.

Al oscilar, una cuerda induce movimientos en la caja acústica a través del puente. Estos movimientos de la caja acústica afectan a su vez el movimiento de la cuerda. Cuando la RPM es intensa, es decir, cuando es de gran amplitud, y la cuerda oscila con la frecuencia resonante, estamos ante un sistema de dos osciladores fuertemente acoplados. En ese caso, puede producirse una situación similar a la vista en la sección 4.7, en particular, en lo relacionado con la figura 4.9. Gran parte de la energía del sistema puede traspasarse reiteradamente entre la caja acústica y las cuerdas. En un violín, este traspaso de energía puede ocurrir en un tiempo de alrededor de 25 milisegundos, o sea, unas 40 veces por segundo, lo que se percibe como un carraspeo grave sobrepuesto a la frecuencia de resonancia.

Introduzcamos el concepto de *impedancia*. La impedancia es la característica de un medio que indica cuantitativamente la facilidad con que uno puede generar una onda en él. El concepto de impedancia es de gran utilidad para establecer cómo una onda pasa de un medio a otro. (En esta sección nos interesa el traspaso de una onda mecánica de la cuerda hacia el puente, y de ahí a la placa superior del violín.)

Si una onda, de cualquier tipo (electromagnética, acústica u otra), que se propaga en un medio, incide sobre la interfase con un segundo medio, y si las impedancias de los dos medios son muy distintas, entonces la onda incidente sufrirá una reflexión casi total en la interfase. Lo

contrario ocurre si los dos medios tienen esencialmente la misma impedancia: la onda incidente se transmitirá sin mayor dificultad de un medio al otro.

Tanto en el piano como en el violín, la energía oscilatoria debe traspasarse de una cuerda a una tabla sonora. Para el funcionamiento óptimo del instrumento, las impedancias de la cuerda y de la tabla sonora deben estar en cierta relación. Si son excesivamente distintas, la transmisión de energía de la cuerda a la tabla sonora será ineficiente, siendo las ondas que inciden sobre el puente reflejadas por él. Si son muy parecidas, toda la energía será traspasada eficientemente de la cuerda a la tabla sonora, y prácticamente nada será reflejado por el puente. Pero, sin reflexiones sustanciales no se genera una onda estacionaria en la cuerda; ni siquiera aparece la oscilación primaria. Esto es precisamente lo que ocurre con la nota *Wolf*. La idea básica de todas las recetas usadas para evitar la nota *Wolf*, siempre apunta a modificar la impedancia de uno de los dos medios, para aumentar las reflexiones en el puente y reestablecer las ondas estacionarias en la cuerda.

Una forma de evitar que aparezca la nota *Wolf* consiste en cambiar la cuerda por una de menor masa. Otro truco consiste en colocar un pequeño cilindro en el trozo de cuerda que va desde el puente al tiracuerdas. La masa del cilindro se elige de manera tal que la cuerda ubicada detrás del puente, junto con el cilindro, oscile también con exactamente la frecuencia de la nota *Wolf*. Este oscilador adicional resulta tener un efecto antirresonador sobre el sistema.

## 9.8 Instrumentos homólogos

El éxito del violín estimuló a los luthiers a diseñar instrumentos homólogos para sonidos más graves. El camino a seguir era obvio. La característica más importante que determina la frecuencia de un vibrador es usualmente su tamaño físico. Si deseamos construir un instrumento con las características del violín, pero una octava más grave, o sea, con todas las frecuencias reducidas a la mitad, lo que debería hacerse es aumentar todas las dimensiones del instrumento —largo, ancho, altura, grosor de la madera, etc.— aproximadamente en un factor dos. Lamentablemente, como veremos a continuación, esto resulta ser impracticable.

La viola moderna es un instrumento en el que cada una de las cuerdas está afinada una quinta justa por debajo de las cuerdas respectivas del violín. Para obtener un instrumento con características similares a las del violín, deberíamos amplificar las dimensiones del mismo en un factor 3:2 (que es la razón entre las frecuencias de dos sonidos correspondientes a una quinta justa). Un violín tiene un largo de aproximadamente 60 cm, luego, la “viola ideal” debería tener un largo de unos  $60 \cdot 3/2 = 90$  cm. Pero éste sería definitivamente un instrumento demasiado grande para sostenerlo sobre el hombro. El tamaño de una viola moderna es de sólo 75 cm. Con este aumento de las dimensiones lineales del instrumento sólo se abarca parte de la disminución de la frecuencia; el resto de la disminución se consigue recurriendo a cuerdas más gruesas. El resultado final de esta estrategia es un instrumento con características algo distintas respecto del violín. Por ejemplo, en la viola, las resonancias RPM y RPA están aproximadamente unos cuatro se-

mitonos por encima de las frecuencias de la segunda y tercera cuerdas libres.

Con el violoncelo ocurre algo parecido. La afinación de sus cuerdas es exactamente una octava más grave que la afinación de las de la viola. Un “violoncelo ideal”, es decir, uno que tenga aproximadamente el mismo timbre que un violín, debería, por lo tanto, tener el doble del tamaño de la “viola ideal”, o sea, ser de unos  $2 \cdot 90 = 180$  cm. En la práctica, el violoncelo es bastante más chico, de sólo unos 120 cm. A pesar de pertenecer a la misma familia, la viola y el violoncelo no son simplemente violines aumentados, sino instrumentos que poseen características sonoras propias.

### 9.9 Radiación sonora

Cuando un instrumento emite un sonido musical, este se difunde por el ambiente en todas las direcciones. Sin embargo, la intensidad del sonido no es igual en todas las direcciones.

Cuando una fuente es puntual (muy pequeña en comparación con la longitud de onda del sonido), la radiación será necesariamente monopolar, generando un sonido de intensidad uniforme en todas las direcciones. Sólo cuando la fuente de sonido no es puntual, y debido a la superposición de las ondas sonoras generadas por las distintas partes, pueden aparecer formas de radiación más complejas (dipolar, cuadrupolar, etc.). Un ejemplo de estos fenómenos ya se presentó en el caso del timbal.

Es esencial comparar el tamaño de la fuente sonora con la longitud de onda. En la figura 9.11 se muestra el efecto que se obtiene al considerar una fuente sonora que consta de dos fuentes puntuales separadas por una distancia  $d$ . Los círculos,

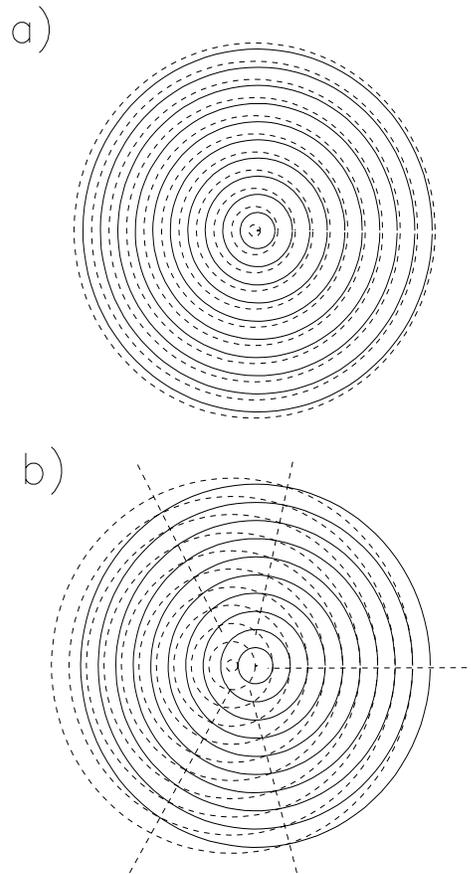


Figura 9.11: Fuente extendida que consta de dos fuentes puntuales separadas por una distancia  $d$ . La superposición de las ondas esféricas proveniente de cada una de las fuentes puntuales es a) isotrópica, si  $d \ll \lambda$ ; y b) fuertemente dependiente del ángulo, si  $d > \lambda$ . En la figura inferior, las líneas rectas indican las direcciones en que la intensidad del sonido es máxima.

que a medida que transcurre el tiempo se van expandiendo con la velocidad del sonido, corresponden a sucesivos máximos de presión. Si la separación  $d$  entre las fuentes puntuales es mucho menor que la longitud de onda  $\lambda$ , la onda resultante de la superposición (suma) de las perturbaciones provenientes de cada uno de los

puntos, resulta ser relativamente isotrópica (independiente de la dirección). Por otra parte, si  $d \geq \lambda$ , aparecen direcciones en las que las perturbaciones se refuerzan, siendo por consiguiente la intensidad del sonido intenso, mientras que hay otras direcciones en las que las perturbaciones tienden a cancelarse (coincide el máximo de una de las ondas esféricas con el mínimo de la otra). En el segundo caso (figura 9.11b), la intensidad de la radiación tiene una dependencia angular marcada.

En los instrumentos de cuerda, la mayor parte del sonido radiado al ambiente tiene su origen en el movimiento de las placas del instrumento. Para un violoncelo, el tamaño de la fuente sonora es, por lo tanto, aproximadamente,  $d = 75$  cm.

La figura 9.12 muestra las direcciones en las que la radiación sonora de un violoncelo se ve favorecida. Para un sonido de 100 Hz, la longitud de onda es  $\lambda = 3,4$  metros, o sea, significativamente mayor que el tamaño de las placas, consecuentemente, la radiación para esas frecuencias es isótropa.

Para un sonido de 350 Hz, la longitud de onda es  $\lambda \simeq 1$  metro, esto es similar al tamaño de las placas. La radiación deja de ser isótropa, de hecho, como se observa en la figura, las direcciones favorecidas están orientadas hacia atrás.

A medida que la frecuencia del sonido aumenta, las direccionalidad de la radiación sonora se hace cada vez más selectiva.

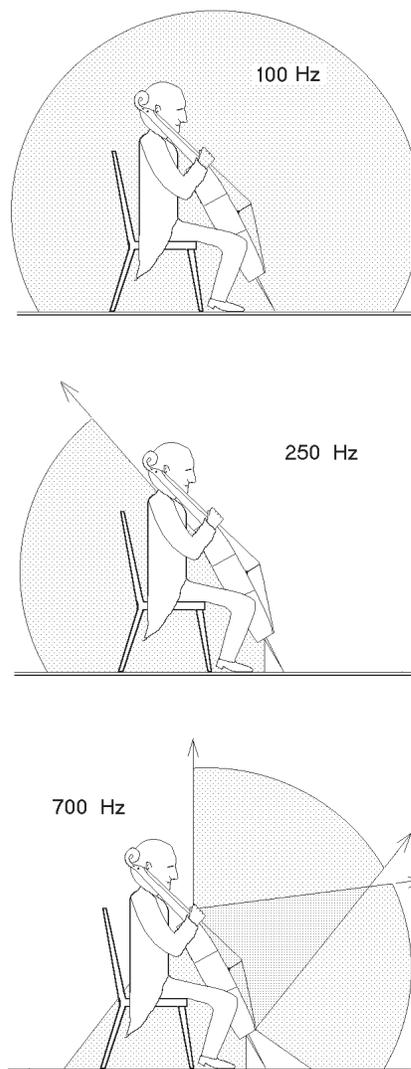


Figura 9.12: Direccionalidad de la radiación sonora en el caso de un violoncelo. En las direcciones ensombrecidas, el flujo de energía sonora es mayor que la mitad del valor máximo.

# Capítulo 10

## El oído

Para dar un carácter más completo a este libro analizaremos brevemente lo que ocurre en el interior del oído humano. Esto, sin duda, es un tema muy complejo y aún no completamente aclarado. Presentaremos aquí, en forma simplificada, sólo los aspectos más importantes de cómo creemos en la actualidad que funciona nuestro oído.

### 10.1 Anatomía y fisiología del oído humano

En el oído humano se distinguen claramente tres partes: el oído externo, el oído medio y el oído interno (ver figura 10.1).

#### Oídos externo y medio

El oído externo consta de la oreja o *pabellón* y el canal auditivo. En algunos mamíferos, el pabellón es importante para “recoger” el sonido y guiarlo por el canal auditivo hacia el *tímpano*. En los humanos, el pabellón tiene menor importancia. El canal auditivo tiene aproximadamente la forma de un cilindro de unos 3 cm de largo, abierto por un lado y cerrado por el otro. El aire encerrado por tal cilindro  $a-c$ , de acuerdo a los resultados encontrados en el capítulo 4, posee un modo de oscilación fundamental cuya fre-

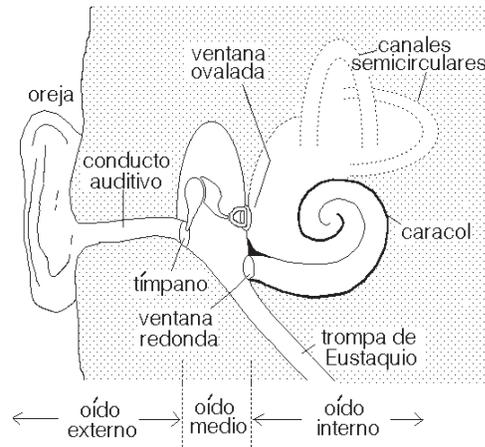


Figura 10.1: Esquema simplificado de la estructura del oído.

cuencia es de aproximadamente 2.800 Hz. Para sonidos con frecuencias cercanas a ésta, la columna de aire encerrada por el canal auditivo entra en resonancia, generando una amplificación de las oscilaciones. Esto contribuye a explicar el hecho de que la sensibilidad del oído humano sea máxima alrededor de esas frecuencias.

El oído medio consiste en una pequeña bóveda (de aproximadamente 1 cm de ancho) cavada en el hueso temporal del cráneo. Un conducto, llamado *trompa de Eustaquio*, comunica esta bóveda con la faringe y, por ende, con la atmósfera ex-

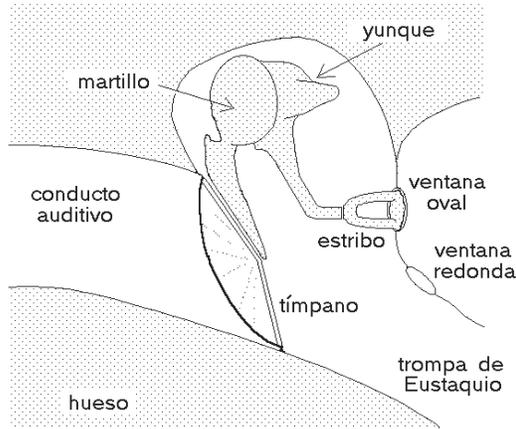


Figura 10.2: Esquema del oído medio.

terior. Este conducto generalmente está cerrado, evitando de esta manera que la persona se moleste con su propia voz. Al tragar o al bostezar, la trompa de Eustaquio se abre, permitiendo que se igualen las presiones a ambos lados del tímpano.

Los receptores sensibles a las ondas sonoras se encuentran en el oído interno, ubicado en el interior de una serie de bóvedas y canales esculpidos en la porción petrosa del hueso temporal. El oído interno, que está lleno de un fluido, se comunica con el oído medio a través de la *ventana ovalada* y la *ventana redonda*, dos orificios cubiertos por membranas. Para poder escuchar sonidos, las vibraciones del tímpano deben ser transmitidas hacia el oído interno; de esto se encargan tres huesitos del oído medio que, por su forma, han sido llamados *martillo*, *yunque* y *estribo* (llamados así por su forma). Esta cadena de huesitos une al tímpano con la ventana ovalada (ver figura 10.2).

Cabe preguntarse si sería factible estimular directamente la ventana ovalada con ondas sonoras en lugar de recurrir al sistema de huesitos intermedios. Hay al menos dos razones por las que la na-

turalidad favoreció una solución del tipo de la del oído humano. Una de ellas es que la resistencia efectiva del fluido del oído interno al movimiento, su *impedancia acústica*, es mucho mayor que la impedancia mostrada por el relativamente liviano tímpano. La onda sonora puede inducir fácilmente movimientos en el tímpano, pero no podría, debido al líquido del oído interno, inducir oscilaciones significativas en la ventana ovalada si las ondas acústicas chocaran directamente sobre ella. Uno de los objetivos más importantes de la cadena de huesitos del oído medio es, por lo tanto, sobreponerse a este desajuste de impedancias. Para poner en movimiento el fluido del oído interno se requieren variaciones de presión mucho mayores que las ejercidas por la onda sonora sobre el tímpano. Este aumento de presión se logra achicando significativamente el área de la ventana ovalada respecto de la del tímpano. Como lo atestiguan las hendiduras en los pisos de madera, los tacos finos de las damas ejercen una presión mucho mayor que los anchos tacos del calzado de los caballeros. Concentrando toda la fuerza que el sonido ejerce sobre el tímpano sobre un área mucho menor, la presión aumenta en un factor igual al cociente entre las áreas. El área del tímpano del oído humano es de aproximadamente  $55 \text{ mm}^2$ ; el área de la ventana ovalada, en cambio, es de sólo unos  $3,2 \text{ mm}^2$ . O sea, sólo por el hecho de existir la diferencia de área entre ambas membranas, la presión aumenta en un factor  $55/3,2 \approx 17$ . Ahora bien, no es éste el único mecanismo que genera un aumento de presión. Los huesitos también forman un sistema de palancas que la incrementan, haciéndolo en un factor de aproximadamente 1,4. En total, los dos mecanismos recién descritos

generan un aumento de presión del orden de  $1,4 \cdot 17 \sim 24$ .

Hay otra razón para la existencia del oído medio con su cadena de huesitos. Obviamente, los huesitos no están sueltos en el oído medio, sino que son mantenidos en su lugar por varios ligamentos. Dos músculos se encargan de mantener la cadena (y con ello también el tímpano) bajo tensión. Estos músculos cumplen además otra importante función: al aumentar mucho la intensidad del sonido, por acción refleja, se contraen, dificultando el movimiento de los huesitos, lo que a su vez hace disminuir la transmisión de las vibraciones desde el tímpano hacia la ventana ovalada. En otras palabras, la organización del oído medio protege al oído interno de los sonidos muy intensos. Sin embargo, es importante recalcar que esta protección no es absoluta. Si el sonido intenso aparece bruscamente, los músculos no tienen suficiente tiempo para contraerse por reflejo, y el sonido no logra ser atenuado. Asimismo, si el sonido intenso actúa por un tiempo muy prolongado, la fatiga de los músculos del oído medio tiene como consecuencia una disminución del efecto protector.

### El oído interno

Pasemos a analizar ahora la parte del oído de mayor interés para nuestros propósitos: el oído interno, que consta de un conjunto complicado de cavidades y conductos.

En este verdadero *laberinto* se distinguen claramente tres partes, el vestíbulo, los canales semicirculares y el caracol, todas ellas cavadas en la porción petrosa del hueso temporal y llenas de un líquido. Sólo el caracol (también llamado *cóclea*)

está relacionado con el mundo del sonido, razón por la cual centraremos nuestro interés en este componente del oído interno. (Las otras partes están vinculadas con la percepción de la posición espacial y de la aceleración a la cual está sometido el individuo —en pocas palabras, son los órganos que ayudan a mantener el cuerpo en equilibrio.)

La cóclea, de 3,5 cm de largo, está enrollada, a modo de espiral, sobre sí misma, formando un caracol de aproximadamente 0,5 cm de diámetro. Para analizar más cómodamente el funcionamiento de esta parte del oído, desenrollaremos el caracol, dibujándolo en forma estirada. La figura 10.3 muestra la cóclea desenrollada y su sección transversal.

En estas figuras se observa cómo se encuentra subdividida la cóclea en tres conductos o *rampas*: el vestibular, el coclear y el timpánico.

El conducto vestibular está en contacto con el resto del oído interno y, en particular, con la ventana ovalada. Es por la ventana ovalada (que está en contacto con el estribo del oído medio) por donde son inducidas las vibraciones del líquido del oído interno. El conducto vestibular se comunica con el conducto timpánico por un orificio ubicado en el ápice del caracol (ver figura 10.3).

Como los líquidos (y en particular el líquido del oído interno) son incompresibles, el estribo no podría inducir movimientos del líquido si no existiese una válvula de escape para la presión. La ventana redonda, ubicada a un extremo del conducto timpánico, cumple precisamente esta función: las oscilaciones del líquido del oído interno causan un abultamiento de la ventana redonda.

Entre los conductos vestibular y timpánico se encuentra el conducto coclear.

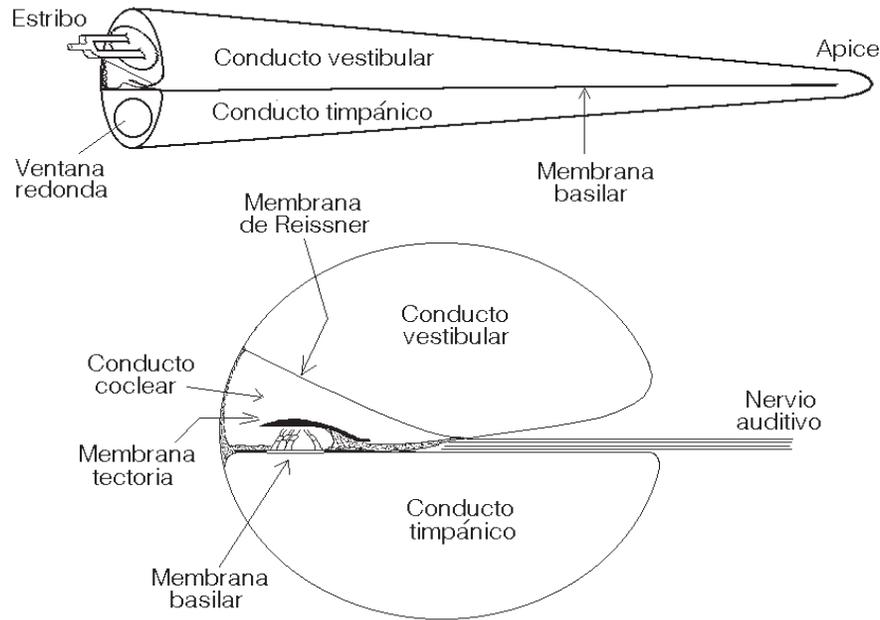


Figura 10.3: Esquema del caracol. La figura superior muestra el caracol desenrollado; la figura inferior muestra su sección transversal.

Es aquí donde se aloja el órgano de Corti, responsable de transformar las oscilaciones del líquido en impulsos eléctricos (ver figura 10.3). Dos membranas, la de Reissner y la basilar, separan al conducto coclear de los conductos vestibular y timpánico, respectivamente.

El órgano de Corti consiste en hileras de células, con cilios o pelos acústicos, que descansan sobre la membrana basilar. Cerca de la base del caracol, el número de hileras es igual a tres. A media membrana se le agrega una cuarta hilera. Ocasionalmente, cerca del ápice del caracol puede aparecer una quinta. Las hileras más largas constan de aproximadamente 12.000 células que recorren toda la extensión del caracol.

Al oscilar la membrana basilar, se mueven las células ciliadas del órgano de Corti y sus cilios acústicos, en contacto

con la así llamada *membrana tectoria*, se deforman. Es esta deformación de los cilios la que hace que las células ciliadas envíen impulsos nerviosos a lo largo del nervio auditivo.

Lo más importante para nuestros propósitos es enfatizar que son los movimientos de la membrana basilar los que causan que las células del órgano de Corti envíen impulsos a los centros acústicos del cerebro. A su vez, el movimiento de la membrana basilar es el resultado de las oscilaciones de la presión del líquido del oído interno, al cual ella está directamente expuesta. La forma detallada del movimiento de la membrana basilar determina cuáles son las células ciliadas convenientemente activadas para estimular luego las terminaciones del nervio auditivo.

### La membrana basilar

En esta subsección analizaremos con mayor detalle el movimiento de la membrana basilar.

Como ya hemos mencionado, la onda sonora incidente sobre el tímpano, a través del complejo mecanismo ya descrito, termina por generar un movimiento oscilatorio del fluido del oído interno. La membrana basilar, que se encuentra en contacto directo con este fluido, también comenzará a moverse.

El detalle del movimiento de la membrana basilar depende, entre otras cosas, de su forma, elasticidad y tensión. La membrana tiene un largo de 3,5 cm y un ancho que varía aproximadamente desde 0,08 mm en la base hasta 0,5 mm cerca del ápice. O sea, contrariamente a lo que uno esperaría, la membrana basilar es más ancha en la cercanía de la punta del caracol que en la base. La membrana basilar está bajo una tensión longitudinal y una transversal, siendo aparentemente esta última algo superior a la primera.

No solamente el ancho, sino también la rigidez y la tensión de la membrana varían a medida que se recorre la cóclea. Como resultado de lo anterior, distintas regiones de la membrana resonarán con estímulos de frecuencias distintas. Las variaciones de las propiedades físicas de la membrana basilar, a medida que uno la recorre longitudinalmente, varían en forma muy gradual, por lo que partes vecinas tenderán a moverse de manera similar bajo un estímulo sonoro, manteniéndose la membrana, en todo instante, como una estructura continua.

Para visualizar mejor el movimiento de la membrana es conveniente introducir el siguiente modelo simple e intuitivo. Propuesto por von Helmholtz, el modelo

considera a la membrana basilar como un conjunto grande de osciladores, todos con frecuencias naturales distintas, por ejemplo, como las cuerdas de un arpa. Es claro que estas “cuerdas”, tensadas en dirección perpendicular al eje de la cóclea, no oscilan independientes unas de otras. De hecho, debido a la tensión longitudinal, cada oscilador está acoplado con sus vecinos, de manera tal que las vibraciones que realizan un oscilador y sus vecinos inmediatos sean prácticamente iguales (pues, como ya se ha dicho antes, sólo así la membrana basilar mantiene una estructura continua). Naturalmente, por estar inmersos en un líquido, estos osciladores son osciladores amortiguados, o sea, al cesar el estímulo externo, las amplitudes de las oscilaciones disminuyen con el tiempo, debido al roce con el líquido.

Al comenzar a oscilar, el fluido del oído interno ejercerá una fuerza sobre la membrana basilar, la que, a su vez, pondrá en movimiento a los “osciladores” que la componen. Si el estímulo sonoro corresponde a un tono puro de frecuencia  $\nu_0$ , la fuerza sobre la membrana también tendrá esa frecuencia. Estamos entonces frente a un problema de osciladores amortiguados y acoplados, y además forzados por una fuerza externa.

De acuerdo con lo visto en la sección 8.6, los osciladores cuyas frecuencias naturales son cercanas a  $\nu_0$  entrarán en resonancia, siendo la amplitud de las oscilaciones tanto mayor cuanto más cerca esté de  $\nu_0$  la frecuencia natural del oscilador. Así, para cada frecuencia pura  $\nu_0$ , existirá una región de la membrana basilar donde el movimiento será más pronunciado. Los lugares donde la membrana es más angosta y rígida resonarán con las frecuencias altas, mientras que los

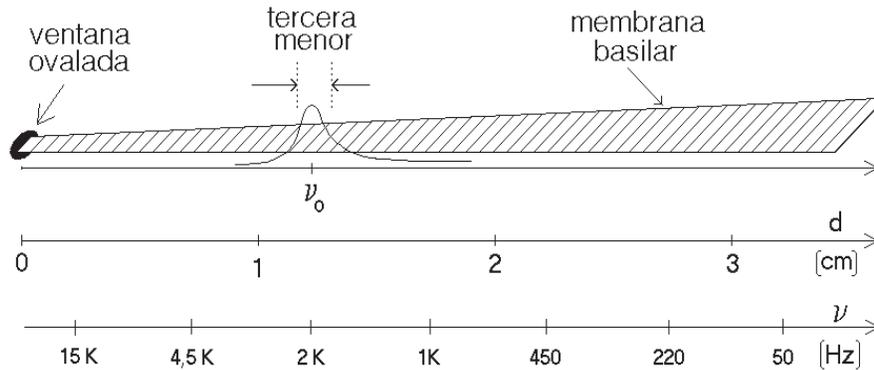


Figura 10.4: Regiones de frecuencias características de la membrana basilar. También se muestra esquemáticamente la banda crítica de la respuesta de las células nerviosas al ser estimulada la membrana basilar por un tono puro de frecuencia  $\nu_0$ . Dentro del modelo de von Helmholtz, cada franja representa a un oscilador.

lugares donde la membrana es más ancha y flácida (lo que ocurre cerca del ápice) resonarán con las frecuencias graves. En la figura 10.4 se indican esquemáticamente, sobre una membrana basilar estirada, los lugares donde la amplitud es máxima para sonidos puros de distintas frecuencias.

Analicemos la función que cumple el roce en un oscilador armónico de frecuencia  $\nu_0$  que es forzado, por un agente externo, a oscilar con su frecuencia natural. En la figura 10.5 se muestra cómo afecta un roce lineal<sup>1</sup> a un oscilador forzado. En ese caso, la magnitud del roce se caracteriza con un parámetro  $\Gamma$ ; cuanto más grande es  $\Gamma$ , tanto mayor es el roce. En dicha figura se muestran los resultados para dos valores distintos de  $\Gamma$ . Los osciladores inicialmente se encuentran en reposo, siendo  $t = 0$  el instante en que comienza a actuar el agente externo. Notemos que la respuesta inicial de los oscila-

<sup>1</sup>Se dice que el roce es *lineal* cuando la disipación es proporcional a la amplitud de la oscilación.

dores es la misma para los dos casos mostrados. El efecto del roce se observa recién cuando los osciladores ya tienen una cierta amplitud de oscilación. Cuando el roce es relativamente grande, se llega rápidamente a un régimen estacionario<sup>2</sup>, mientras que si el roce es pequeño, el oscilador tarda un tiempo mucho mayor para llegar al estado en que las oscilaciones ya no aumentan. Sea  $t_1$  el instante en que deja de actuar el agente externo sobre el oscilador (ver figura 10.5). De ahí en adelante, debido a la fricción, las oscilaciones se atenúan, hasta finalmente desaparecer. Nuevamente, esto último ocurre tanto más rápidamente, cuanto mayor sea la fricción.

Como ya sabemos, el ancho de las resonancias también depende del roce. Si

<sup>2</sup>Se dice que un sistema físico ha llegado a un estado estacionario cuando las características que definen al movimiento se mantienen inalteradas a medida que transcurre el tiempo. Para el caso que nos concierne, el estado estacionario se establece cuando las amplitudes de las oscilaciones se mantienen constantes.

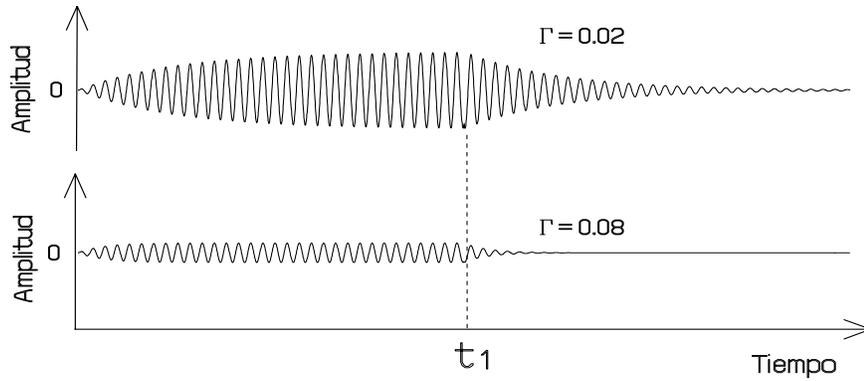


Figura 10.5: Oscilador forzado con la frecuencia natural. Se muestran las amplitudes en función del tiempo para dos coeficientes de roce distintos. Inicialmente, los osciladores están en reposo. En el instante  $t_1$  deja de actuar el agente externo, o sea, los osciladores dejan de estar forzados.

el roce es pequeño, la resonancia es fina y pronunciada, mientras que si el roce es grande, el pico de la resonancia será poco pronunciado. En la figura 10.6 se muestra la amplitud que adquiere el oscilador en su estado estacionario en función de la frecuencia con que es forzado. Los cálculos fueron realizados para dos valores distintos de  $\nu_0$  y para los dos valores de  $\Gamma$  usados en la figura anterior.

¿Qué consecuencias tiene lo dicho en los párrafos anteriores sobre el comportamiento de la membrana basilar? En primer lugar, por razones prácticas, el roce en el oído no debe ser ni demasiado pequeño ni demasiado grande.

Si el coeficiente de roce fuera muy pequeño, la membrana seguiría oscilando durante mucho tiempo después de haber terminado el estímulo sonoro. Otro efecto molesto que aparecería si el roce fuera muy pequeño sería que las oscilaciones de la membrana basilar tardarían mucho tiempo en llegar a su estado estacionario (es decir, al estado en el que las amplitudes de las oscilaciones de la mem-

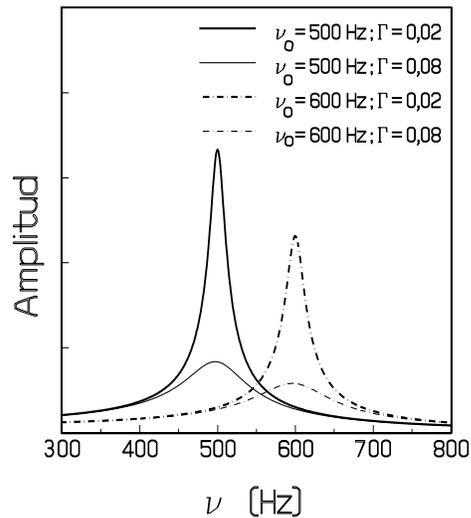


Figura 10.6: Amplitud de un oscilador al ser forzado a oscilar con una frecuencia  $\nu_0$ . Para las líneas llenas  $\nu_0 = 500$  Hz; para las líneas punteadas,  $\nu_0 = 600$  Hz. Se muestran resultados para dos valores distintos del coeficiente de roce  $\Gamma$ .

brana no siguen variando).

Por otra parte, el roce al que está expuesta la membrana basilar tampoco debe ser demasiado grande, pues, en ese

caso, las amplitudes de las oscilaciones de la membrana serían muy pequeñas. En efecto, un roce grande implica picos de resonancia anchos y poco pronunciados, lo que afectaría negativamente a la sensibilidad.

No intentaremos aquí encontrar una estimación del valor de  $\Gamma$  para el oído, pues hay bastante evidencia de que el roce al que está expuesta la membrana basilar no es lineal. Efectivamente, las oscilaciones pequeñas de la membrana basilar parecen atenuarse mucho más lentamente que las oscilaciones grandes.

## 10.2 Teoría psico-acústica de consonancia y disonancia

¿Qué pasa al estimular el oído con dos sonidos puros (es decir, sonidos sin armónicos fuera del fundamental) de frecuencias distintas? Consideremos dos tonos puros, de aproximadamente la misma intensidad, presentes en forma simultánea, y de frecuencias de alrededor de 500 Hz (éstas son las frecuencias de las notas de la región central del piano).

Si las frecuencias de los dos sonidos son similares, pero difieren en  $n$  Hertz, entonces el estímulo total manifestará los típicos batimientos ( $n$  veces por segundo) analizados en la sección 2.6 y mostrados en la figura 2.13. Si  $n$  es menor que aproximadamente 20, la atenuación de las oscilaciones de la membrana basilar puede seguir los batimientos y el oído humano percibe las regulares variaciones de intensidad.

Para aproximadamente  $n = 20$ , la membrana basilar es incapaz de seguir las variaciones de intensidad originadas por los batimientos y éstos se dejan de percibir. Sin embargo, lo que aparece

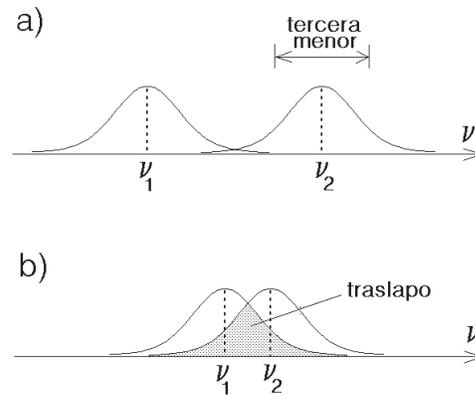


Figura 10.7: Representación esquemática de bandas críticas generadas por dos sonidos distintos. Arriba se muestra el caso en que las bandas críticas no se interfieren; abajo ellas tienen un traslapo considerable.

es una sensación desagradable: sonidos que el oyente califica como disonantes. Lo que ocurre en este caso es que, en la membrana basilar, dos regiones cercanas tratan de oscilar con frecuencias distintas, perturbándose mutuamente (ver figura 10.7).

Si la diferencia entre las frecuencias de los dos sonidos es superior a un 15% (una diferencia de 20% corresponde a un intervalo de tercera menor), las dos regiones de máximas amplitudes sobre la membrana basilar se habrán alejado lo suficiente como para hacer despreciable la interferencia mutua. En este caso, aparecen sobre la membrana dos zonas disjuntas, que oscilan en forma regular, cada una con la frecuencia de uno de los sonidos. El oyente describirá la sensación como agradable, calificando los dos sonidos como consonantes.

Repitiendo lo anterior para sonidos de otras frecuencias, es posible establecer un *ancho de banda* crítico para cada tono puro. Si dos tonos puros tienen frecuencias tales que una cae fuera de la banda

crítica de la otra, los sonidos son consonantes.

¿Cómo se entiende entonces que una persona considere una octava o una quinta perfecta más consonante que otros intervalos? ¿No se deberían percibir todos los intervalos mayores que una tercera menor como igualmente consonantes? ¿Cómo se explica la “ley de los números chicos” para los intervalos que suenan consonantes<sup>3</sup>? La clave para responder estas interrogantes radica en el hecho de que los sonidos musicales que usualmente escuchamos no son puros, sino que constan de una superposición de varios armónicos. Debemos, por consiguiente, analizar también el efecto introducido por los distintos armónicos.

Consideremos dos tonos compuestos, es decir, sonidos que poseen armónicos que contribuyen de manera importante a su timbre. Para que estos sonidos sean consonantes, algunos de sus distintos armónicos deben coincidir y, además, las bandas críticas de los armónicos restantes no deben traslaparse.

Por ejemplo, consideremos dos sonidos que forman una quinta perfecta: el *Do* de 262 Hz y el *Sol* de 393 Hz. El tercer armónico del *Do* coincide con el segundo armónico del *Sol* (es el *Sol* de 786 Hz) (ver figura 10.8). Para dos sonidos correspondientes a una quinta perfecta, o coinciden los armónicos de orden más bajo, o las bandas críticas no se traslapan; la sensación es de consonancia.

El intervalo de cuarta aumentada (*Do* de 262 Hz con *Fa* ♯ de 373 Hz) no produce la misma sensación de consonancia. En efecto, el tercer armónico del *Do*,

cuya frecuencia es de 786 Hz, se traslapa desagradablemente con el segundo armónico del *Fa* ♯, cuya frecuencia es de 746 Hz (la diferencia de estas dos frecuencias es menor que un 15%).

Examinando varios otros casos es posible convencerse de que de lo anterior emerge la *ley de los enteros pequeños*.

De una manera similar se puede analizar el origen de la consonancia de los acordes, comprendiéndose por qué el acorde mayor (por ejemplo, *Do* – *Mi* – *Sol*) suena particularmente agradable.

Consideremos ahora una serie de acordes consonantes distintos que se hacen sonar en forma consecutiva. Si algunas regiones de la membrana basilar no cambian su frecuencia de oscilación al pasar de un acorde a otro, la percepción será particularmente placentera. Esto ocurre, por ejemplo, en las cadencias y también al ejecutarse la serie de acordes mayores *emparentados* basados en la tónica, subdominante y dominante de una escala mayor.

### La discriminación de frecuencias

La región de la membrana basilar que un tono puro pone en movimiento es relativamente grande. Como acabamos de ver recién, dos tonos cuyas frecuencias difieren en menos de un 15%, excitan esencialmente la misma región. Por otra parte, el oído humano discrimina sin dificultad sonidos cuyas frecuencias difieren en sólo un 1%. Queda claro, entonces, que la determinación por parte del oído de qué partes de la membrana basilar están oscilando, es insuficiente para reconocer la frecuencia del sonido. El sistema auditivo debe además recurrir a otros mecanismos para determinar la frecuencia de un so-

<sup>3</sup>Una persona percibe dos sonidos como consonantes cuando la razón de sus frecuencias corresponde a una razón de números enteros pequeños.

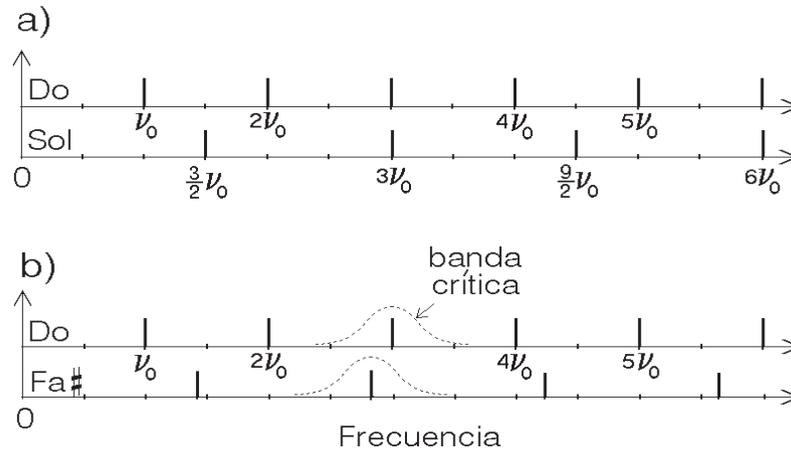


Figura 10.8: Comparación de las bandas críticas de los armónicos correspondientes a dos sonidos en un intervalo de: a) quinta perfecta y b) cuarta aumentada.

nido puro.

Las dificultades precedentes hicieron que en los años 40 se desarrollara la *teoría de la periodicidad*. Esta teoría supone que las células ciliadas no sólo envían información al cerebro sobre la amplitud de las oscilaciones de las distintas regiones de la membrana basilar, sino también, preferentemente, se disparan durante cierta fase de la oscilación. De esta manera, los impulsos eléctricos provenientes de cierta parte de la membrana basilar, no llegan en forma continua al cerebro sino en forma pulsada. Experimentalmente se ha podido comprobar que, al menos hasta frecuencias de 1000 Hz, las células ciliadas efectivamente se disparan con preferencia durante el proceso de subida de la membrana basilar. Por supuesto, otro ingrediente de esta teoría es que necesariamente, durante el trayecto de los pulsos al cerebro (o en el cerebro mismo), debe existir algún mecanismo que permita extraer de la información enviada, la separación temporal de los pulsos. No es difícil diseñar un

circuito eléctrico que pueda realizar tal tarea, y por consiguiente no parece irrazonable pensar que en el proceso evolutivo del hombre éste haya desarrollado un mecanismo parecido para la audición. Por supuesto que este modelo de audición sí puede explicar la alta sensibilidad del oído para discriminar frecuencias.

Sin embargo, la teoría de la periodicidad tampoco es capaz de explicar satisfactoriamente todos los fenómenos auditivos. Las teorías contemporáneas, que comenzaron a aparecer a partir de 1973, se basan todas ellas en una combinación de las teorías anteriores, pero agregándole una importante componente de procesamiento superior de la información en el cerebro humano. Determinantes para reconocer la importancia del procesamiento central en el cerebro de la información que le llega, han sido una serie de interesantes experimentos binaurales. Uno de ellos es la percepción de batimientos cuando a cada oído se le presenta un tono puro, pero de frecuencias levemente distintas (por ejemplo, 250 y

251 Hz). En este caso, sorprendentemente, se percibe (débilmente) un batimiento de 1 Hz. Es evidente que el batimiento que se escucha, no es físico y tampoco puede estar generándose en el oído interno —necesariamente es el cerebro el que, analizando la información que le llega de cada uno de los oídos, decide interpretarla como batimientos. También es interesante observar que existe cierta evidencia de que estos *batimientos biaurales* son percibidos por las mujeres en un menor grado que por los hombres. Estos resultados preliminares, que aún necesitan ser confirmados y explorados en mayor detalle, estarían apuntando a variaciones de las estructuras cerebrales dependientes del sexo, y son paralelas a ciertos resultados ya confirmados para el sentido visual (es conocido, que por ejemplo, la visualización de objetos tridimensionales depende del género). Lo anterior no es el primer indicio de la existencia de una correlación entre la organización cerebral y lo que se escucha —ciertos efectos y paradojas sonoras son percibidas de manera distinta por personas diestras y zurdas.

Aún no se ha logrado comprender cabalmente, cómo el ser humano procesa la información generada por las células ciliadas del oído. Esta información se propaga, en forma de impulsos nerviosos, por la vía acústica hacia el cerebro. El proceso, sin embargo, está lejos de ser simple. De lo que sí hay bastante evidencia es que el cerebro, con los pulsos eléctricos que le llegan de las distintas regiones de la membrana basilar de ambos oídos, trata de establecer relaciones que le permiten encontrar un orden, un patrón. Por ejemplo, si al cerebro llegan pulsos de una región de la membrana basilar que corresponde a  $\nu = 2.400$  Hz, el cerebro trata de estable-

cer si también le llegan pulsos correspondientes a  $\nu = 1.200$  Hz, 800 Hz, 600 Hz, etc., pues esto podría dar indicios sobre cuál es la frecuencia del modo fundamental. Otro ejemplo: si el cerebro registra actividad correspondiente a 800, 1.000 y 1.200 Hz, se dará cuenta de que estas frecuencias corresponden al cuarto, quinto y sexto armónico de un modo fundamental de 200 Hz y, por consiguiente, le asignará dicha frecuencia a ese tono compuesto.

### 10.3 Laterización biaural

Para determinar la dirección de la que proviene un sonido el sistema auditivo usa dos métodos complementarios.

De acuerdo a lo analizado en el capítulo 2, para sonidos de frecuencia menor que 1000 Hz y, por lo tanto, de longitud de onda mayor que 34 cm, la difracción alrededor de la cabeza es importante. Esto tiene como consecuencia que la intensidad del sonido es prácticamente igual para ambos oídos, aún cuando el sonido provenga, digamos, del lado derecho del oyente. Sin embargo, como el sonido para llegar al oído izquierdo debe recorrer una distancia adicional de unos 30 cm, existirá un *desfase* entre la onda sonora en ambos oídos. Si bien la evidencia experimental muestra que la fase no tiene prácticamente ninguna relevancia en la determinación del timbre de un sonido, sí juega un papel importante en la *lateralización biaural*. Notamos explícitamente que aquí nos estamos refiriendo a sonidos continuos, siendo la fase (y no el tiempo de llegada del sonido a cada uno de los oídos) lo que se está percibiendo. Si la fuente de sonido está ubicada a un lado de la cabeza, la diferencia de tiempo con que llegan los pulsos al cerebro es del

orden de 0,001 s. Lo señalado en el presente párrafo ratifica nuevamente que una parte relevante de la información acústica es procesada centralmente en el cerebro y demuestra nuevamente que el cerebro puede determinar el tiempo entre dos señales.

Para sonidos de frecuencias mayores que 1.000 Hz, la información del desfase que con que llegan los sonidos al oído se hace ambigua (ya que en tal caso la separación exterior entre los tímpanos es mayor que la longitud de onda). En este caso, el uso de la fase para determinar la dirección del sonido se vuelve inoperante, y consecuentemente, el proceso evolutivo al que ha estado sometido el hombre no desarrolló la capacidad para determinar el desfase de tales sonidos. Para frecuencias mayores que 1.000 Hz el sistema auditivo recurre a otro fenómeno para determinar la dirección de la fuente sonora. Recordemos que la difracción del sonido alrededor de la cabeza del oyente se hace menos eficiente cuando la longitud de onda es menor que el tamaño de la cabeza. A medida que la longitud de onda se achica, la intensidad del sonido que llega a los oídos comienza a depender en forma cada vez más notoria de la dirección en que se propaga el sonido. Consecuentemente, a medida que la frecuencia sube, el oído recurre cada vez más a la comparación de las intensidades, en lugar de las fases relativas, para determinar la dirección desde la que proviene un sonido.

#### 10.4 Efectos no lineales

Consideremos un sistema (aparato) cualquiera, que frente a un estímulo  $f$  entrega la respuesta  $F$  (ver figura 10.9). Denotemos por  $f_1$  y  $f_2$  dos estímulos distintos



Figura 10.9: Sistema que transforma la señal  $f$  en  $F$ .  $F$  es la respuesta del sistema frente al estímulo  $f$ .

arbitrarios, y por  $F_1$  y  $F_2$  sus respectivas respuestas. Se dice que un sistema se comporta en forma *lineal* si (no importando la forma precisa de los estímulos), ante el estímulo  $f_1 + f_2$ , el sistema responde con  $F_1 + F_2$ .

Numerosos sistemas físicos, en primera aproximación, se comportan en forma lineal. Por ejemplo, un resorte que se estira debido a un peso que uno le cuelga (ver figura 10.10). Si los pesos que se le cuelgan no son muy grandes, el sistema se comporta en forma lineal: al colgar una masa correspondiente a  $m_1 + m_2$ , se estira igual a la suma de lo que se estira con la masa  $m_1$  y  $m_2$ , separadamente. Sin embargo, tarde o temprano, a medida que aumenta la masa, comienzan a aparecer efectos no lineales. Si la masa que

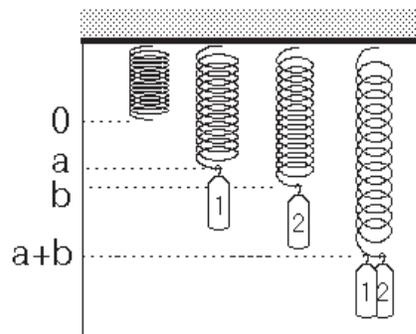


Figura 10.10: Extensión de un resorte (en su régimen lineal) al colgarle distintos pesos.

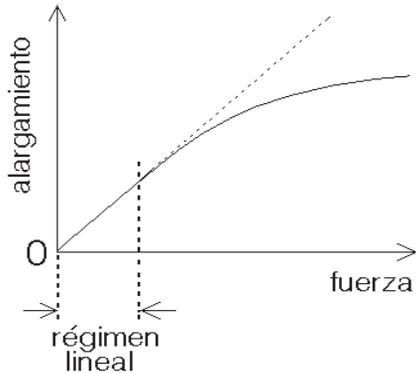


Figura 10.11: Estiramiento de un resorte en función de la masa que se le cuelga.

se cuelga es muy grande, el resorte se estirará hasta quedar prácticamente extendido. Es claro que, si ahora le duplicamos la masa, el resorte no puede duplicar su largo. En un resorte, sólo para pequeñas masas el estiramiento es proporcional a la masa que se le cuelga<sup>4</sup> (ver figura 10.11).

Para un resorte, en su régimen no lineal la respuesta  $F$ , representada por su alargamiento, deja de ser proporcional al estímulo  $f$  (la masa que se le cuelga).

Algo similar ocurre básicamente con todos los sistemas físicos, en particular con el oído. No es difícil observar las manifestaciones del comportamiento no lineal del oído para sonidos intensos. ¿Cuáles son esas típicas manifestaciones que delatan la no linealidad de un sistema físico?

En lo que sigue analizaremos las respuestas de un sistema no lineal frente a varios estímulos periódicos. Para comprender las conclusiones de este ejercicio no es necesario que el lector siga en todo detalle los desarrollos matemáticos.

Consideremos un sistema no lineal

<sup>4</sup>Este resultado se conoce como *ley de Hook*.

para el cual la respuesta a un estímulo  $f$  es de la forma

$$F = f + 2 f^2 .$$

Para estímulos  $f$  pequeños ( $|f| \ll 1$ ), la respuesta del sistema  $F$  es esencialmente proporcional a  $f$  (ya que en ese caso  $f^2$  se puede despreciar). Para estímulos grandes ( $f \geq 1$ ), el término  $2f^2$  se vuelve importante. Estamos en el régimen no lineal.

Analícemos primeramente lo que se tendrá si  $f$  corresponde a un estímulo puro, de frecuencia angular<sup>5</sup>  $\omega_0$ :

$$f = \cos(\omega_0 t) .$$

En ese caso la respuesta del sistema estará dada por

$$F = \cos(\omega_0 t) + 2 \cos^2(\omega_0 t) .$$

Usando relaciones trigonométricas elementales (ver apéndice), esta última expresión se puede reescribir en la forma

$$F = 1 + \cos(\omega_0 t) + \cos(2\omega_0 t) .$$

Observamos aquí que la descomposición (espectral) de la respuesta del sistema no sólo contiene la frecuencia original  $\omega_0$ , sino también posee una componente con  $2\omega_0$ .

Introduzcamos ahora al sistema un estímulo que consta de una suma (superposición) de dos estímulos puros,

$$f = \cos(\omega_1 t) + \cos(\omega_2 t) ,$$

de frecuencias  $\omega_1$  y  $\omega_2$ , respectivamente. La respuesta del sistema ahora será (el

<sup>5</sup>La frecuencia angular  $\omega$  es proporcional a la frecuencia  $\nu = 1/T$ , siendo la relación  $2\pi\nu = \omega$ . Cuando no se presta a confusión, a la frecuencia angular también se la llama simplemente frecuencia.

lector puede verificar este resultado con la ayuda del apéndice sobre funciones trigonométricas):

$$\begin{aligned} F &= f + 2f^2 \\ &= 2 + \cos(\omega_1 t) + \cos(\omega_2 t) + \cos(2\omega_1 t) \\ &\quad + \cos(2\omega_2 t) + 2 \cos((\omega_1 + \omega_2)t) + \\ &\quad + 2 \cos((\omega_1 - \omega_2)t) . \end{aligned}$$

Notamos ahora que la respuesta del sistema posee, además de los armónicos de frecuencias  $\omega_1$  y  $\omega_2$ , componentes cuyas frecuencias son la suma y la diferencia de las dos frecuencias iniciales.

La relación entre  $F$  y  $f$  recién considerada es sólo un ejemplo de una relación no lineal entre dos magnitudes. Generalmente, la relación entre  $F$  y  $f$  es más complicada, pudiendo, entre otros, tener términos que son proporcionales a  $f^3$  u otras potencias. Estas relaciones más generales hacen aparecer en la respuesta frecuencias adicionales como, por ejemplo,  $2\omega_2 - \omega_1$ ,  $2\omega_1 - \omega_2$ ,  $3\omega_2$ , etc. En todos los casos, las frecuencias adicionales que aparecen necesariamente son de la forma  $|n\omega_1 + m\omega_2|$ , donde  $n$  y  $m$  son enteros.

¿Qué implica todo lo anterior para el oído? Reiteramos: ningún sistema físico se comporta en forma lineal para todos los tipos de estímulos imaginables. Efectivamente, para sonidos intensos, el comportamiento no lineal del oído es fácilmente detectable. Al estimular el oído humano con dos tonos puros intensos, de frecuencias  $\omega_1$  y  $\omega_2$  (con  $\omega_2 > \omega_1$ ), una persona entrenada percibe los *sonidos de combinación*, es decir, sonidos de frecuencias  $\omega_1 + \omega_2$  y  $\omega_2 - \omega_1$ . La aparición de estas frecuencias en la oscilación de la membrana basilar, frecuencias que no están presentes en el estímulo que llega

al oído, se ha podido demostrar experimentalmente observando directamente el movimiento de la membrana basilar, o bien, escuchando sonidos. Sobre todo, el *sonido diferencia* es particularmente fácil de escuchar si su frecuencia es inferior a  $\omega_2$ .

Al escuchar simultáneamente cinco tonos puros, con frecuencias de 300, 500, 700, 900 y 1.100 Hz, lo que se oye es un sonido indefinido (pues los cinco tonos no están en una relación armónica); pero, sobrepuesto a este sonido indefinido se escuchará un sonido con una frecuencia de 200 Hz claramente distinguible. Tal frecuencia no está presente en los sonidos originales; lo que en este caso se estará escuchando son los sonidos diferencias de los cinco tonos originales, que son todas múltiplos de 200 Hz.

Agreguemos que, recientemente, ha sido posible demostrar la existencia de oscilaciones correspondientes a, por ejemplo, el tono  $2\omega_1 - \omega_2$ , mediante observaciones directas de la membrana basilar. Estos antecedentes demuestran el carácter no lineal de la respuesta del oído. Curiosamente, estos efectos no lineales continúan apareciendo aun cuando se disminuya la intensidad de los sonidos a los que está expuesto el oído, indicando que quizás estemos ante un sistema intrínsecamente no lineal.

Para concluir analicemos brevemente cómo se manifiestan los efectos no lineales al escuchar música. Comencemos diciendo que, en la práctica, al escuchar música, los tonos de combinación generalmente son poco intensos y se requiere de cierto entrenamiento para poder percibirlos.

Para muchos intervalos musicales, el *sonido diferencia*  $\omega_1 - \omega_2$  es un sonido consonante con los sonidos primarios,

mientras que el *sonido suma* es generalmente disonante. En efecto, consideremos, por ejemplo, dos sonidos primarios en un intervalo de cuarta justa: un *Do* de 262 Hz y *Fa* de 349,33 Hz. El *sonido diferencia* tiene una frecuencia de  $349,33 - 262 = 87,33$  Hz, sonido que corresponde a un *Fa* y es por lo tanto consonante con los dos sonidos primarios. El *sonido suma*, sin embargo, tiene una frecuencia  $262 + 349,33 = 611,33$  Hz, sonido que es cercano a un *Mi*  $\flat$  y claramente disonante con los dos sonidos primarios. Otro ejemplo, dos sonidos primarios en un intervalo de tercera mayor: un *Do* de 524 Hz y *Mi* de 655 Hz. Los sonidos diferencia y suma tienen frecuencias de 131 y 1179 Hz, y corresponden a un *Do* y a un *Re*, respectivamente. Nuevamente, el primero es consonante, mientras que el segundo es disonante con los sonidos primarios.

Por último, analicemos la situación que se tiene si, en lugar de usar la escala natural, se usa la escala bien temperada (las frecuencias de las distintas notas para este caso se muestran en la figura 1.9) Consideremos nuevamente una tercera mayor, el *Do* de 523,25 Hz y el *Mi* de 659,26 Hz. El *sonido diferencia* ahora tiene una frecuencia de 136,01 Hz y este sonido es más bien un *Do*♯ en lugar de un *Do* natural. De esta manera el *sonido diferencia* conforma un acompañamiento bajo, disonante, que es particularmente desagradable por estar tan cerca de la nota bajo correcta (el *Do* de 130,81 Hz). De acuerdo a von Helmholtz, lo anterior conformaba precisamente “*el aspecto más irritante de la armonía asociada a la escala bien temperada*”.



# Apéndice

## Elementos de trigonometría

Consideremos los triángulos rectángulos  $\triangle(ABC)$  y  $\triangle(AB'C')$ , mostrados en la figura A.1. De acuerdo a un teorema de la geometría elemental, la razón (entre trazos)  $\overline{AC} : \overline{AB}$  es igual a la razón  $\overline{AC'} : \overline{AB'}$ , dependiendo ésta sólo del valor del ángulo  $\alpha$ . Se ha convenido en llamar a esta razón  $\cos \alpha$ ; o sea, en un triángulo rectángulo, el cociente entre un cateto y la hipotenusa define el *coseno* del ángulo entre esos dos lados:

$$\cos \alpha = \frac{\overline{AC}}{\overline{AB}} .$$

También el cociente entre el cateto opuesto al ángulo  $\alpha$  y la hipotenusa es independiente del tamaño del triángulo rectángulo y sólo depende del valor de  $\alpha$ . A esta razón se la llama *seno* del ángulo, teniéndose

$$\operatorname{sen} \alpha = \frac{\overline{BC}}{\overline{AB}} .$$

Evaluemos  $\operatorname{sen}^2 \alpha + \cos^2 \alpha$ . Se tiene:

$$\begin{aligned} \cos^2 \alpha + \operatorname{sen}^2 \alpha &= \left( \frac{\overline{AC}}{\overline{AB}} \right)^2 + \left( \frac{\overline{BC}}{\overline{AB}} \right)^2 \\ &= \frac{(\overline{AC})^2 + (\overline{BC})^2}{(\overline{AB})^2} . \end{aligned}$$

Pero, de acuerdo al teorema de Pitágoras,  $(\overline{AC})^2 + (\overline{BC})^2 = (\overline{AB})^2$ , luego

$$\cos^2 \alpha + \operatorname{sen}^2 \alpha = 1 .$$

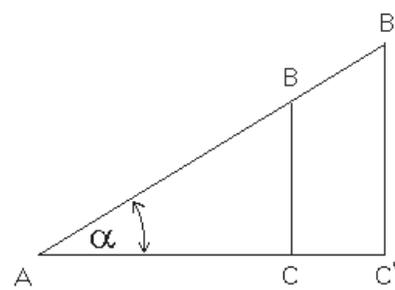


Figura A.1: Triángulo usado para definir las funciones trigonométricas.

Dos relaciones trigonométricas de importancia son

$$\operatorname{sen}(\alpha + \beta) = \operatorname{sen} \alpha \cos \beta + \operatorname{sen} \beta \cos \alpha$$

y

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \operatorname{sen} \alpha \operatorname{sen} \beta .$$

Como casos particulares de estas expresiones, se encuentra

$$\operatorname{sen}(2\alpha) = 2 \cos \alpha \operatorname{sen} \alpha$$

y

$$\cos(2\alpha) = \cos^2 \alpha - \operatorname{sen}^2 \alpha .$$

La definición del *seno* y *coseno* que hemos dado es válida para ángulos  $\alpha$  entre 0 y 90 grados. Para definir estas funciones para otros ángulos es conveniente considerar un círculo de radio  $R = 1$  centrado en el origen (ver figura A.2). Por

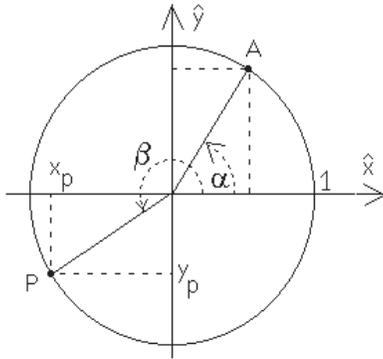


Figura A.2: Círculo unitario.

convención, los ángulos se miden desde el eje  $\hat{x}$  en el sentido contrario a los punteros del reloj.

Consideremos el punto  $A$  sobre la circunferencia, formando un ángulo  $\alpha$  con el eje  $\hat{x}$ . Usando el hecho de que la hipotenusa vale 1, es fácil convencerse de que las coordenadas  $x$  e  $y$  del punto  $A$  coinciden con los valores de  $\cos \alpha$  y  $\text{sen} \alpha$ , respectivamente.

Es ésta la propiedad que se usa para definir el valor del *seno* y *coseno* para cualquier ángulo  $\beta$ . El procedimiento es el siguiente: i) Encontrar el punto  $P$  sobre la circunferencia que forma un ángulo  $\beta$  con el eje  $\hat{x}$  (en la figura A.2, esto se muestra para  $\beta = 210^\circ$ ); ii) luego, proyectar el punto  $P$  sobre los ejes para encontrar  $x_p$  e  $y_p$ . Entonces  $\cos \beta = x_p$  y  $\text{sen} \beta = y_p$ . Para el caso mostrado en la figura A.2,  $\cos(210^\circ) = -\sqrt{3}/2 = -0,8660\dots$  y  $\text{sen}(210^\circ) = -1/2$ . Es evidente que para todos los ángulos  $\theta$  siempre se cumple

$$-1 \leq \cos \theta \leq 1$$

y

$$-1 \leq \text{sen} \theta \leq 1 .$$

Podemos graficar las proyecciones del punto  $P$  a medida que variamos  $\beta$ . De esta manera se obtiene el gráfico de las funciones *coseno* y *seno* (ver figura A.3).

Recordemos que los ángulos también pueden ser medidos en *radianes*. El valor del ángulo  $\alpha$ , en radianes, es igual al largo del arco subtendido por la circunferencia unitaria desde donde lo cruza el eje  $\hat{x}$  hasta el punto  $A$  (ver figura A.2). De acuerdo a la definición, un ángulo de  $360^\circ$ , o sea, la circunferencia completa, corresponderá a un ángulo igual a  $2\pi$  radianes. El ángulo recto es igual a  $\pi/2$ .

Para llegar al punto  $P$  (figura A.2) originalmente habíamos recorrido un ángulo  $\beta$  desde el eje  $\hat{x}$  positivo. Al continuar y dar una vuelta completa para volver al punto  $P$ , habremos recorrido desde el eje  $\hat{x}$  un ángulo  $2\pi + \beta$ . Sucesivas rotaciones nos llevarán nuevamente al punto  $P$ , habiéndose recorrido ángulos  $4\pi + \beta$ ,  $6\pi + \beta$ , etc. Cada vez que desde el eje  $\hat{x}$  positivo recorremos un ángulo  $\beta$  más un múltiplo de  $2\pi$ , estaremos en el punto  $P$ . Se trata de un movimiento que se repite y se dice que es periódico en el ángulo  $\beta$ , con período igual a  $2\pi$ . Se tiene que, para cualquier ángulo  $\beta$ ,

$$\cos(\beta + n 2\pi) = \cos \beta$$

y

$$\text{sen}(\beta + n 2\pi) = \text{sen} \beta ,$$

donde  $n$  es un entero.

### Ondas viajeras y ondas estacionarias

La expresión

$$u_+(x, t) = u_0 \cos \left[ 2\pi \left( \frac{x}{\lambda} - \nu t \right) \right] ,$$

corresponde a una onda viajera, de amplitud  $u_0$ , longitud de onda  $\lambda$  y frecuencia

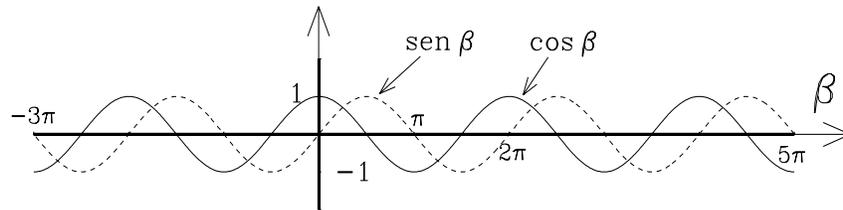


Figura A.3: Gráfico de las funciones  $\text{sen } \beta$  y  $\text{cos } \beta$ .

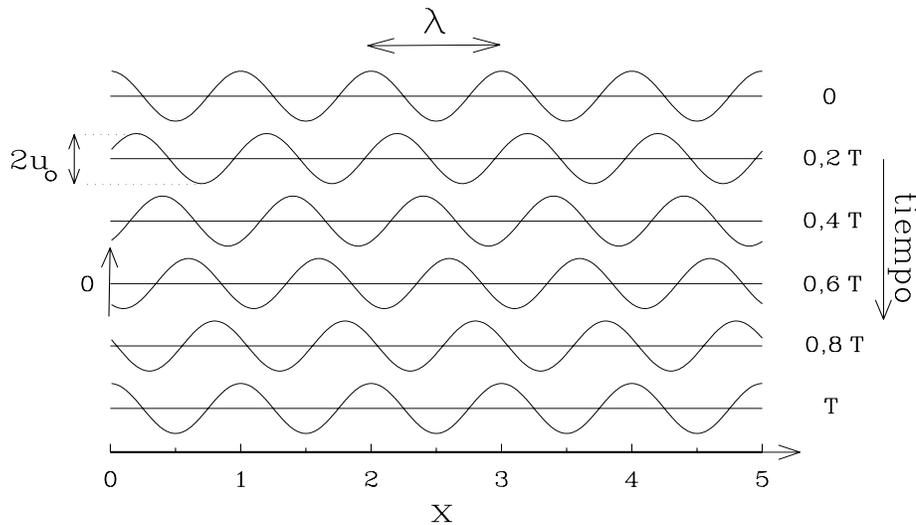


Figura A.4: Gráfico de la función  $u_+(x, t)$  para varios instantes  $t$  que abarcan un período.

$\nu$ , que se traslada a lo largo del eje  $\hat{x}$  con una velocidad  $v = \lambda\nu$ . Esto se demuestra simplemente graficando  $u(x, t)$  en función de  $x$  para varios instantes  $t$  distintos (ver figura A.4). El subíndice  $+$  de la función  $u$  se ha colocado para indicar que tal onda se desplaza hacia la derecha.

Por otra parte, la expresión

$$u_-(x, t) = u_0 \cos \left[ 2\pi \left( \frac{x}{\lambda} + \nu t \right) \right]$$

corresponde a una onda viajera idéntica a la anterior, excepto que se desplaza hacia la izquierda.

Al superponer (sumar) dos ondas de la misma frecuencia y amplitud, pero que viajan en direcciones contrarias, se obtiene una onda estacionaria. En efecto, usando las relaciones trigonométricas presentadas al inicio del presente apéndice, se obtiene que

$$\begin{aligned} u_+(x, t) + u_-(x, t) &= \\ &= 2u_0 \cos(2\pi\nu t) \cos(2\pi x/\lambda) . \end{aligned}$$

El gráfico de esta suma corresponde al de la función  $\cos(2\pi x/\lambda)$  con una amplitud que es modulada periódicamente en el tiempo.

**Batimientos (o pulsaciones)**

Sumemos dos ondas del tipo  $A \cos(2\pi\nu t)$  que tengan la misma amplitud  $A$ , pero frecuencias  $\nu_1$  y  $\nu_2$  levemente distintas. Usando las relaciones trigonométricas recién expuestas se obtiene:

$$\begin{aligned} R &= A \cos(2\pi\nu_1 t) + A \cos(2\pi\nu_2 t) \\ &= 2A \cos(\pi(\nu_1 - \nu_2)t) \cos(\pi(\nu_1 + \nu_2)t). \end{aligned}$$

Si las dos frecuencias son parecidas, por

ejemplo,  $\nu_1 = \nu_0 + \epsilon$  y  $\nu_2 = \nu_0 - \epsilon$ , siendo  $\epsilon$  una frecuencia muy pequeña comparada con  $\nu_0$ , entonces queda

$$R = [2A \cos(2\pi \epsilon t)] \cos(2\pi\nu_0 t) .$$

Los términos incluidos en el corchete pueden interpretarse como la amplitud de la onda  $\cos(2\pi\nu_0 t)$ . Observamos que esta amplitud oscila lentamente a medida que transcurre el tiempo, dando origen a las pulsaciones (ver también la figura 2.13).

# Bibliografía

## Artículos en revistas de divulgación:

1. *The Vibrating String of the Pythagoreans*, E. E. Helm; Scientific American, diciembre 1967.
2. *L'acoustique des salles de concert*, F. Santon; La Recherche # 211, junio 1989.
3. *Musical Dynamics*, B. Patterson; Scientific American, noviembre 1974.
4. *The Physics of the Piano*, E. D. Blackham; Scientific American, diciembre 1965.
5. *The Coupled Motion of Piano Strings*, G. Weinreich; Scientific American, enero 1979.
6. *The Acoustics of the Harpsichord*, E. L. Kottick, K. D. Marshall y T. J. Hendrickson; Scientific American, febrero 1991.
7. *The Physics of Wood Winds*, A. H. Benade; Scientific American, octubre 1960.
8. *Physics of the Flute*, J. Coltman, Physics Today **21**, 25 (1968).
9. *The Physics of Brasses*, A. H. Benade; Scientific American, julio 1973.
10. *Playing the Baroque Trumpet*, D. Smithers, K. Wogram y J. Bowsher; Scientific American, abril 1986.
11. *The Physics of Organ Pipes*, N. H. Fletcher y S. Thwaites; Scientific American, enero 1983.
12. *The Physics of Kettledrums*, T. D. Rossing; Scientific American, noviembre 1982.
13. *L'acoustique du gong*, T. Rossing; La Recherche # 230, marzo 1991.
14. *Acoustics of Drums*, T. D. Rossing; Physics Today, **45**(3), 40, 1992.
15. *The Physics of Violins*, C. M. Hutchins; Scientific American, noviembre 1962.
16. *Founding a Family of Fiddles*, C. M. Hutchins; Physics Today **20**, 23, 1967.
17. *The Acoustics of Violin Plates*, C. M. Hutchins; Scientific American, octubre 1981.
18. *The Physics of the Bowed String*, J. C. Schelleng; Scientific American, enero 1974.

19. *Micromechanical models of the cochlea*, J. Allen y S. Neely; Physics Today **45**, 40, 1992.

### Libros elementales y de divulgación:

1. *La Música*, N. Ardley; Biblioteca Visual Altea, Altea, Taurus, Alfaguara, S.A., Madrid, España, 1989.
2. *El mundo del sonido*, A. Efron; Editorial Bell, Washington, Estados Unidos, 1971.
3. *Musical Acoustics*, D. E. Hall; Brooks/Cole Publ. Co., 2. Ed., Pacific Grove, California, 1991.
4. *Science and Music*, Sir J. Jeans; Cambridge University Press, Londres, Inglaterra, 1953.
5. *Measured Tones*, I. Johnston; Editorial Adam Hilger, Nueva York, Estados Unidos, 1989.
6. *El mundo de las vibraciones y de los sonidos*, C. Prélat; Editorial Espasa-Calpe, 1951.
7. *The Physics of Music*, A. Wood; University paperbacks, Methuen & Co., 6. edición, London, Inglaterra, 1964.

### Libros más especializados:

1. *La técnica de la orquesta contemporánea*, A. Casella y V. Mortari; Editorial Ricordi Americana, Roma, Italia.
2. *The Physics of Musical Instruments*, N. Fletcher y T. Rossing; Springer-Verlag, Nueva York, Estados Unidos, 1991.
3. *Instrumentation in der Musik des 20. Jahrhunderts*, W. Gieseler, L. Lombardi y R. Weyer, Moeck Verlag, Celle, Alemania.
4. *Physik für Ingenieure*, E. Hering, R. Martin y M. Stöhrer; VDI-Verlag, Düsseldorf, Alemania, 1989.
5. *The Dynamical Theory of Sound*, H. Lamb; Cambridge University Press, Londres, Inglaterra, 1925.
6. *Akustik und musikalische Aufführungspraxis*, J. Meyer; Verlag Das Musikinstrument, Frankfurt am Main, Alemania.

# Índice

- absorción del sonido **33**, 35
- acción del piano **76**
- acorde mayor **63**, 66
- acústica 11
  - de salas **36**
  - resonancia 147
- afinación
  - de cuerdas unísonas 89
  - de una placa de un xilófono 146
  - del piano 79, 90
  - natural o justa 66
  - pitagórica 68
  - temperada (igual) 66
- alma del violín 151
- Alphorn 125
- Amati 150
- amplitud 52
- antinodo 146
- análisis espectral (o de Fourier) 51, 53
- arco (de violín) 157
- armónicos 49
  - sonidos 69
  - superposición 50
  - cuerda frotada 161, 162
  - cuerda pulsada 162
- arpa 58
- ataque 56
- atenuación (del sonido) 39
- auditorios (acústica) 36, 38
  
- banda crítica (membrana basilar) **174**
- bar, unidad de presión 23
- barra bajo (violín) 151
- barra (o placa), modos normales 144
- batimientos 45, 174 186
- Bernoulli, D. 113
  
- biela de repetición (piano) 77
- Boehm, T. 104
- Boerófono **93**
- boquilla
  - clarinete 111
  - flauta dulce 108
  - flauta travesa 104, 106
  - oboe 114
  - trombón 115
- bóveda de susurro 35
  
- campana (o pabellón) 104, **117**
- CD, discos compactos 22, 24
- cejilla (violín) 151
- Chladni, diagramas de 132
  - timbal 133
  - violín 154
- clarinete **110**
  - boquilla 111
  - digitación 111
  - dispersión 29
  - espectro sonoro 59
  - potencia acústica 25
  - rango dinámico 29, 30
  - tesitura 21
- clavecín 30, 58, **73**
- clavicordio 72
  - portamento 73
- clavijero (piano) 75
- coeficientes de absorción (de sonido)
  - 34, 35
- columna de aire, oscilación de una
  - a—a **98**, 101
  - c—a **96**, 101
  - c—c (Boerófono) **93**, 95, 101
- frecuencia de modos normales 101

- columna de aire 93  
coma pitagórica 68  
concha acústica 36  
cono, oscilaciones del aire al interior **99**  
consonancia 62  
    teoría psico-acústica 174  
contrabajo 150  
    dispersión 29  
    rango dinámico 29, 30  
    tesitura 21  
copa (embocadura) 115  
corno (o trompa) **123**  
    dispersión 29  
    espectro sonoro 59, 60  
    formantes 61  
    rango dinámico 29, 30  
    tesitura 21  
corno alpino 125  
corrección de abertura 105  
correderas 121  
coseno, función 183  
Cristofori, B. 74  
Ctesibus 72  
cuarta justa o perfecta 63  
cuerda  
    frotada (armónicos) 161, 162  
    cuerda ideal (sonidos de sus armónicos) 69  
    *simpática* 74, 149  
    pulsada, (armónicos) 162  
cóclea 169  
círculo de las quintas 68  
de Broglie, relación de 117  
decibel, dB 23, 24  
descomposición de Fourier 51, 53  
descomposición espectral 51, 53  
diagramas de Chladni 132  
    placas de violín 154  
    parche de timbal 133  
difracción de sonidos **40**, 41  
digitación  
    clarinete 111  
    oboe 114  
dinámica en la música **26**  
discriminación de frecuencias 22  
disonancia, teoría psico-acústica 174  
disonante 63  
dispersión (de intensidad) 29  
dominante 63  
dulcémele 71  
duodécima 111, 116  
duodécima 116  
Ecuación de Schrödinger 117  
efecto tunel 118  
embocadura (embouchure) 104, 115  
enarmónico 68  
energía de una fuente sonora 25, 55  
escala bien temperada 66  
    sonido diferencia 179  
escala natural 62  
    frecuencias de escala Do mayor 66  
Escuela de Pitágoras 62  
espectro sonoro  
    clarinete 59  
    corno 59  
    fagot 58  
    flauta dulce 58  
    guitarra 58  
    piano 58, 78  
    violín 58  
    voz bajo 57  
    voz soprano 58  
fagot 28, 58, 62  
    dispersión 29  
    formantes 61  
    rango dinámico 29, 30  
    tesitura 21  
    espectro sonoro 58  
fase 52  
flauta dulce 28, **108**  
    boquilla 108  
diagrama presión-tiempo 57  
familia 110  
rango dinámico 29  
espectro sonoro 58

- flauta traversa 30, 57, **104**  
 boquilla 104, 106  
 dispersión 29  
 rango dinámico 29, 30  
 tesitura 21
- formantes **61**  
 corno 61  
 fagot 61  
 oboe 61  
 tuba 61  
 violín 162  
 voz humana 61
- Fourier, J. B. 51
- frecuencia **16**, 17  
 diferencia 178  
 fundamental 48  
 audible 20  
 frecuencias naturales, metales 121  
 suma 178
- frente de ondas 33
- fuerza sonora 11
- función de corno 118
- glissando 122
- Guarnerius 150, 157
- guitarra 80, 83  
 armónicos de una cuerda pulsada 162  
 diagrama presión–tiempo 57  
 rango dinámico 30  
 tesitura 21  
 espectro sonoro 58
- Helmholtz, ver von Helmholtz
- Hertz; Hz 17
- impedancia 163, 168  
 acústica 121
- intensidad sonora 11, 22  
 evolución temporal 56
- intervalo musical 62
- La concertino* 20
- ley de los enteros pequeños 175
- leyes de Mersenne 50
- llaves 104, 106
- lobo; ver Wolf 163
- longitud de onda 13, 18, 49
- línea nodal 129  
 circular 132  
 diametral 132  
 membrana circular 134
- macillo (efecto sobre el timbre) 80
- manual 74
- marimba 146, 147
- mecánica cuántica 117
- megáfono 118
- membrana basilar 170  
 bandas críticas 174  
 modelo de von Helmholtz 171  
 oscilaciones 171
- membrana circular  
 frecuencias (modos normales) 138  
 líneas nodales 134  
 modos normales 132
- membrana rectangular  
 líneas nodales 130  
 modos normales 127
- Mersenne 50
- metales (tonos intermedios) 120
- modo de oscilación 48  
 fundamental 48
- modo normal 48, 49, 84  
 de columna de aire 101  
 barra (o placa) 144  
 membrana circular 132, 138  
 membrana rectangular 127
- no linealidad 177
- nodo 48, 49
- nota pedal (vientos de metal) 123
- oboe **113**  
 boquilla 114  
 digitación 114  
 dispersión 29  
 formantes 61  
 partitura 27  
 rango dinámico 29, 30

- octava 62
- onda
- solitaria 47
  - sonora 12, 13
  - esférica 100
  - estacionaria 49, 184
  - longitudinal 16
  - planas 100
  - transversales 16
  - viajera 184
  - reflexión 33
- orquesta (potencia acústica) 25
- oscilaciones de las moléculas de aire 14
- oscilador armónico atenuado y forzado 172
- osciladores acoplados 84, 108, 113
- oído
- anatomía y fisiología \*\* 167
  - discriminación de frecuencias 20, 22, 175
  - externo 167
  - frecuencias audibles 20
  - interno 167, 169
  - sensibilidad para intensidades 23
  - umbral de dolor 25
- órgano de Corti 170
- pabellón 104, **117**
- parche (percusión) 131
- Pascal 23
- pedal *una corda* 87
- período 13, 17
- phase-looking, ver trabadura de fases
- piano 31, 58, **74**
- acción 76
  - afinación 90
    - cuerdas unísonas 89
    - “estirada” 79
  - anarmonicidad 78
  - clavijero 76
  - componentes 74, 75
  - cuerdas 76
  - espectro sonoro 58, 78
  - evolución temporal del sonido 80
  - frecuencia de sus notas 21
  - pedal *una corda* 87
  - potencia acústica 25
  - rango dinámico 30
  - sonido inmediato 81
  - sonido tardío 81
  - teclado 21
  - timbre 80, 82
  - tonos parciales 78
- pistones 122
- Pitágoras 62
- placa
- inferior (violín) 151
  - superior (violín) 151
  - modos normales 144
- plectro 73
- portamento 73
- portavoz 112
- potencia (de distintos sonidos) 25
- potencia sonora 25
- presión del aire; variaciones 23
- presión umbral 23
- principio de Bernoulli 113
- principio de superposición 44
- propagación de sonido 12
- psicoacústica 11
- puente 71
- piano 75
  - violín 151, 162
- pulsaciones 45, 186
- péndulo
- simple 142
  - acoplados 83, 142
- quinta justa o perfecta 63
- radiación
- cuadripolar 137
  - dipolar 135
  - monopolar 135
- radian 184
- rango dinámico 28
- instrumentos musicales 29, 30
  - voz humana 30

- reflexión del sonido 33  
 refracción 42  
 registro 103  
     agudo 103  
     grave 103  
     intermedio 103  
 remolinos (flujo de aire) 107  
 resonador, xilófono 144, 146  
 resonancia **142**  
     acústica 147  
     principal del aire (RPA) 156  
 reverberación 36  
     salas de conciertos 38  
 roce viscoso del aire 39  
 ruido 19  
 ruido de fondo 36
- salas de conciertos (acústica) 38  
 salterio 71  
 Schrödinger, ecuación de 117  
 semitono 65, 69  
 seno, función 183  
 sensibilidad del oído (intensidades) 26  
 sistema lineal 177  
 sistema no lineal 177  
 sonido  
     de canto filudo 107  
     de combinación 178  
     directo 36  
     indirecto 36  
     tardío 81  
     refracción 43  
     difracción 40  
 sordina 163  
 Stradivarius 150, 156, 157  
 subdominante 63  
 superposición 44, 185  
     de armónicos 50  
 tabla acústica 71, 75, 76, 82  
 tangente 72  
 temperamento igual 67  
 teoría psicoacústica (consonancia y di-  
     sonancia) 174  
 tercera mayor 63
- tesitura 20  
     instrumentos musicales 21  
     voz humana 21  
 tiempo  
     de ataque 57  
     de reverberación 38  
 timbal **131**  
     diagramas de Chladni 133  
     emisión del sonido 134  
     golpe *normal* 141  
     macillo 141  
     tamaño del tambor 141  
 timbre 47, 52  
     piano 80  
 tono 22, 51  
 tono compuesto 20, 51, 52  
 intervalo 65  
 tono puro o simple 19  
 trabadura de fases 90, 108, 120  
 transiente 108  
 transmisión del sonido 15  
 trombón de König 45  
 trombón 121, 122  
     rango dinámico 30  
 trompa, ver corno  
 trompeta **116**  
     campana (o pabellón) 117  
     dispersión 29  
     frecuencias de los modos 117  
     generación de sonido 119  
     potencia acústica 25  
     rango dinámico 29, 30  
     sonidos naturales 116  
     tiempo de ataque 57  
 trutruca 103  
 tuba  
     dispersión 29  
     formantes 61  
     rango dinámico 29, 30  
     tesitura 21  
 tónica 63  
 ultrasonidos 20  
 umbral de audibilidad 25

- umbral de dolor 23, 25
- unísono 63
  
- varas 121
- velocidad del sonido 15
  - efecto de la temperatura 16
- vientos
  - de madera 103
  - de metal 103, **115**
    - características 115
    - nota pedal 123
- viola 164
  - viola, dispersión 29
  - viola, rango dinámico 29, 30
  - viola, tesitura 21
- violoncelo 165
  - dispersión 29
  - golpe de arco 161
  - rango dinámico 29, 30
  - tesitura 21
  - tiempo de ataque 57
- violones 149
- violín **149**
  - alma 151
  - anatomía 150
  - arco 157
  - barra bajo 151
  - caja acústica 155
  - cejilla 151
  - dispersión 29
  - espectro sonoro 58
  - formantes 162
  - placas 152
    - diagramas de Chladni 154
    - modos normales 154
  - potencia acústica 25
- punto 151, 162
  - rango dinámico 29, 30
  - resonancia principal de la madera (RPM) 156
  - sordina 163
  - tesitura 21
- viscosidad del aire 34, 39
- von Helmholtz, H.
  - modelo de la membrana basilar 171
  - movimiento de cuerda del violín 158
  - timbre 54
- voz humana
  - bajo; espectro sonoro 57
  - diagrama presión-tiempo 57
  - formantes 61
  - potencia acústica 25
  - soprano; espectro sonoro 58
  - tesitura 21
- válvulas 116, 122
- vórtices (flujo de aire) 107
  
- Wolf 163
  
- xilófono 144
  - afinación de las placas 146
  - resonador 146